Introduction à l'Astrophysique

Série 1: Corrigé

Laboratoire d'Astrophysique http://lastro.epfl.ch
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Semestre de printemps 2019

Exercice 1 : Rayon de la Terre calculé par Eratosthène

Syène et Alexandrie se trouvent presque sur le même méridien et sont séparées d'une distance de 5000 stades, soit de $5000 \times 160\,\mathrm{m} = 800\,\mathrm{km}$. Par de simples considérations de géométrie, nous obtenons :

$$\frac{7^\circ}{360^\circ} = \frac{800}{2\pi R_\oplus} \implies R_\oplus = 6548\,\mathrm{km}. \tag{1}$$

Nous pouvons remarquer que le rayon terrestre calculé par Eratosthène est à moins de trois pourcents de la valeur actuelle (6371 km).

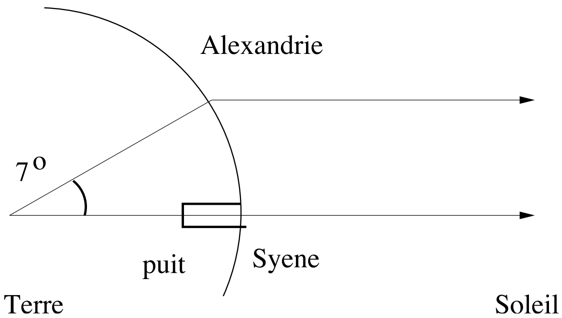

FIGURE 1 – Coupe de la Terre sur le méridien Alexandrie-Syène

Exercice 2 : Distance Terre-Soleil calculée par Aristarque

La différence de parcours entre la position nouvelle-Lune/ premier-quart et premier-quart/ pleine-Lune couvre un angle $2 \times \beta$, soit :

$$\beta = 2\pi\left(\frac{35\,\mathrm{min}/2}{29.53 \times 24 \times 60\,\mathrm{min}}\right) = 2.59 \times 10^{-3}\,\mathrm{rad}. \tag{2}$$

Nous voyons que $D_{\text{EQ}} = \beta D_{\text{ES}}$, alors :

$$\begin{aligned} D_{\text{ES}} &= (395000\,\text{km}) \left[2\pi \left(\frac{35\,\text{min}/2}{29.53 \times 24 \times 60\,\text{min}} \right) \right]^{-1} && (3) \\ &\simeq 152800000\,\text{km}. && (4) \end{aligned}$$

Exercice 3 : Rayon et distance de la Lune calculés par Aristarque

a) Sur la photographie d'une éclipse de Lune, nous avons estimé que nous pouvons insérer presque trois diamètres angulaires de la Lune ($2\beta = 0.5°$) dans l'ombre de la Terre θ. Nous obtenons très approximativement $2\theta \approx 1.4°$. Le rapport des diamètres angulaires de la Lune et de l'ombre de la Terre est donc de $f = 0.5/1.4 \approx 0.36$.
La trajectoire de la Lune ne passe en général pas par le centre de l'ombre de la Terre. Ceci est dû au fait que l'inclinaison du plan de l'orbite lunaire par rapport au plan de l'écliptique est de $5.1°$; les deux orbites ne sont pas coplanaires, et d'ailleurs nous n'observons pas une éclipse de Lune tous les mois (voir figure 2 du corrigé) !

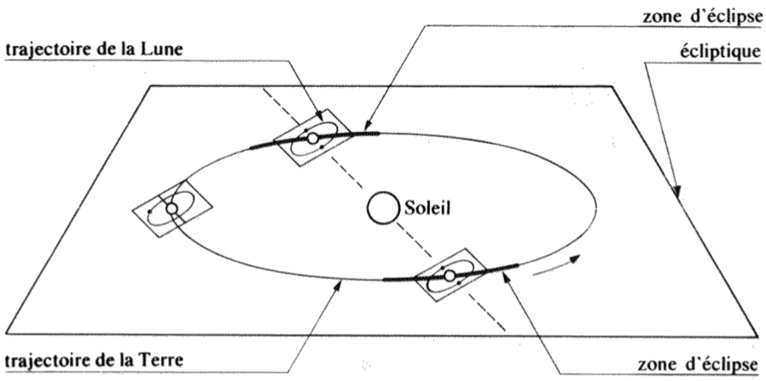

FIGURE 2 – Orbites de la Terre et de la Lune

b) Exprimons le rayon de la Lune (voir figure de la donnée), le rayon de l'ombre de la Terre, et le rayon de la Terre par

$$R_{\text{Lune}} = \beta \cdot D, \qquad R_{\text{Ombre}} = \alpha \cdot (L - D), \qquad R_{\oplus} = \alpha \cdot L, \tag{5}$$

où nous avons utilisé le fait que les angles sont petits[1]. On combine ces égalités, pour obtenir

$$R_{\text{Ombre}} = R_{\oplus} - \frac{\alpha}{\beta} R_{\text{Lune}}. \tag{6}$$

1. Et bien sûr, ils devront êtres exprimés en radians !

Au point précédant, nous avons obtenu que

$$\frac{R_{\text{Lune}}}{R_{\text{Ombre}}} = \frac{\beta}{\theta} \doteq f \tag{7}$$

Nous pouvons alors éliminer R_{Ombre} dans ces deux dernières équations :

$$R_{\text{Lune}} = f(R_{\oplus} - \frac{\alpha}{\beta} R_{\text{Lune}}) \qquad \Rightarrow \qquad R_{\text{Lune}} = \frac{f}{1 + f\frac{\alpha}{\beta}} \cdot R_{\oplus} \tag{8}$$

Il se trouve que les angles α et β sont pratiquement identiques, et on obtient donc, pour le rapport des rayons Terre-Lune, une valeur de $(1+f)/f = 3.8$

c) D'après la première égalité de (5), la distance Terre-Lune est

$$D = \frac{R_{\text{Lune}}}{\beta} \approx \frac{6548\ \text{km}/3.8}{0.25^\circ \cdot \pi/180^\circ} \approx 395000\ \text{km}, \tag{9}$$

soit environ dix fois la circonférence de la Terre.