Introduction à l'Astrophysique

Série 5: Corrigé

Laboratoire d'Astrophysique http://lastro.epfl.ch
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Semestre de printemps 2019

Exercice 1 : Planète extrasolaire

a) On considère la masse de la planète comme nettement inférieure à celle de l'étoile. On fait donc, dans un premier temps, l'approximation que l'étoile se situe au centre de masse et que la planète est représentée par la masse réduite du problème à 2 corps. Ainsi la troisième loi de Kepler donne :

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM_\star} \quad \Leftrightarrow \quad a = \left(\frac{P^2 GM_\star}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 7.65 \times 10^9 \text{ m} = 0.05 \text{ UA}. \tag{1}$$

On a donc une bonne estimation de la distance qui sépare la planète de l'étoile. On se place maintenant dans le cas où les deux astres orbitent autour du centre de masse. Au vu de la forme de la courbe de vitesse radiale de l'étoile, on conclut que les orbites sont quasi-circulaires. De la figure, on sait que la vitesse de l'étoile sur son orbite autour du centre de masse vaut environ $v_\star = 60$ m/s (le plan de l'orbite étant perpendiculaire au plan du ciel). La planète, quant à elle, se déplace sur son orbite autour du centre de masse avec une vitesse v_p. On estime cette vitesse à partir de la circonférence de l'orbite qui vaut approximativement :

$$2\pi a = P\, v_p \quad \Leftrightarrow \quad v_p = \frac{2\pi a}{P} = 1.32 \times 10^5 \text{ m/s}. \tag{2}$$

Par la conservation de la quantité de mouvement, on obtient finalement la masse M_p de la planète :

$$M_p v_p = M_\star v_\star \quad \Leftrightarrow \quad M_p = M_\star \frac{v_\star}{v_p} = 9.0 \times 10^{26} \text{ kg} = 0.47\ M_J. \tag{3}$$

b) On vient de déterminer le demi-grand axe de l'orbite a. On connaît de plus la distance $d = 14.7$ pc $= 4.54 \times 10^{17}$ m de 51 Peg. Pour pouvoir résoudre le système étoile-planète, il faut donc au minimum une résolution :

$$\pi = \frac{a}{d} = 3.48 \times 10^{-3} \text{ arcsec} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{\lambda}{\pi} = \frac{\lambda d}{a} = 30 \text{ m}. \tag{4}$$

Pour le VLTI, on a $D \simeq 100$ m. A priori on a donc la résolution nécessaire pour résoudre le système étoile-planète.

c) La magnitude apparente de l'étoile est donnée par :

$$m_\star = -2.5 \log \left(\frac{L_\star}{4\pi d^2} \right) + c \tag{5}$$

La planète est située à une distance a de l'étoile, et reçoit donc par unité de surface une énergie :

$$S = \frac{L_\star}{4\pi a^2} \tag{6}$$

On considère la planète comme un disque de rayon R_p. De plus, on sait que l'albedo de la planète $A = 0.3$, ainsi la planète réfléchie l'énergie de l'étoile avec une luminosité :

$$L_p = AS\pi R_p^2 = \frac{AL_\star R_p^2}{4a^2} \tag{7}$$

Par conséquent, la différence de magnitude entre la planète et l'étoile est :

$$m_p - m_\star = -2.5 \log \left(\frac{L_p}{4\pi d^2} \frac{4\pi d^2}{L_\star} \right) = -2.5 \log \left(\frac{AR_p^2}{4a^2} \right) = 14.8\,\text{mag.} \tag{8}$$

C'est-à-dire que l'étoile est pratiquement un million de fois plus brillante que la planète. Ceci implique qu'il sera particulièrement difficile d'apercevoir cette planète extrasolaire sans être ébloui par la lumière de l'étoile.

d) Durant le transit, la planète passe devant l'étoile. La planète parcourt donc approximativement une distance $2R_p + 2R_\star$ entre le début et la fin du transit. Du point précédent, on connaît la vitesse v_p de la planète, et ainsi le transit a une durée :

$$t = \frac{2R_p + 2R_\star}{v_p} = 1.10 \times 10^4\ \text{s} = 3\,\text{h}\,03\,\text{m}. \tag{9}$$

On considère le disque apparent de l'étoile comme homogène. En temps normal, on reçoit donc un flux $F_0 = I\,\pi R_\star^2$ de l'étoile, où I est le flux émis par unité de surface du disque. Lors du maximum du transit, la planète cache une partie du disque de l'étoile, et l'observateur perçoit alors un flux qui vaut $F = I\,\pi\left(R_\star^2 - R_p^2\right)$. La profondeur du transit en terme de magnitude est donnée par :

$$m - m_0 = -2.5 \log \left(\frac{F}{F_0} \right) = -2.5 \log \left(\frac{R_\star^2 - R_p^2}{R_\star^2} \right) = 2\,\text{mmag.} \tag{10}$$

La profondeur typique d'un transit est donc de l'ordre de quelques milli-magnitudes seulement.

Exercice 2 : Absorption dans les amas ouverts

Puisque nous travaillons avec des petits angles nous pouvons exprimer le diamètre linéaire D d'un amas en fonction de son diamètre angulaire θ selon $D = \theta\, r$, où r est la distance à l'amas. Etant donné l'égalité entre les diamètres linéaires des deux amas, nous déduisons que $D_1 = \alpha\, r_1 = 3\alpha\, r_2$ et donc le rapport de distance entre les deux amas $r_1/r_2 = 3$ (où les indices 1 et 2 se réfèrent à chacun des deux amas).

On peut ensuite utiliser ce rapport de distance et l'insérer dans l'expression du module de distance pour les 2 amas. Sans tenir compte de l'absorption, cela donne :

$$\begin{aligned} m_1 - M_1 &= 16 \text{ mag} = 5\log(r_1) - 5 && (11)\\ m_2 - M_2 &= 11 \text{ mag} = 5\log\left(\frac{r_1}{3}\right) - 5. && (12)\end{aligned}$$

Et en tenant compte de l'absorption, il faut corriger la magnitude observée de la quantité $a.r_1$ de telle sorte que le système d'équations devient :

$$\begin{aligned} m_1 - M_1 &= 16 \text{ mag} = 5\log(r_1) - 5 + a\, r_1 && (13)\\ m_2 - M_2 &= 11 \text{ mag} = 5\log\left(\frac{r_1}{3}\right) - 5 + a\,\frac{r_1}{3}. && (14)\end{aligned}$$

En combinant ces deux dernières équations on trouve aisément que $r_1 = 2.60\,$kpc. Le deuxième amas est situé à une distance 3 fois plus petite $r_2 = 868\,$pc. En remplaçant cette valeur dans l'expression du module de distance, on trouve que le taux d'extinction $a = 1.51$ mag/kpc. Cette valeur est typique de l'extinction rencontrée dans le plan de notre Galaxie. Si nous avions négligé l'absorption, nous aurions trouvé comme distance à partir du module de distance : $r_1 = 15.8\,$kpc et $r_2 = 1.58\,$kpc.