

Série 6: Corrigé

Laboratoire d'Astrophysique <http://lastro.epfl.ch>
 Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
 Semestre de printemps 2019

Exercice 1 : Atmosphères de planètes

- a) L'accélération g à la surface d'une planète est simplement $g = GM/R^2$. Nous pouvons exprimer la vitesse de libération v_e en fonction de g :

$$v_e = \sqrt{2G\frac{M}{R}} = \sqrt{2gR}. \quad (1)$$

Nous faisons de même avec la vitesse thermique \bar{v} des particules de gaz en utilisant cette fois la hauteur équivalente $H = kT/g\bar{\mu}m_u$:

$$\bar{v} = \sqrt{2\frac{kT}{\bar{\mu}m_u}} = \sqrt{2gH}. \quad (2)$$

En utilisant les deux dernières équations, nous obtenons directement :

$$\left(\frac{\bar{v}}{v_e}\right)^2 = \frac{H}{R}. \quad (3)$$

- b) Pour calculer le rapport H/R , nous devons estimer H et plus particulièrement g et $\bar{\mu}$. Le tableau ci-dessous contient les valeurs intermédiaires des calculs numériques et la valeur finale H/R .

	Mercure	Vénus	Terre	Lune	Mars	Titan
g [m/s^2]	3.73	8.90	9.80	1.61	3.84	1.41
$\bar{\mu}$	16	44	29	40	44	28
H [km]	61.8	15.6	8.46	32.3	11.0	19.8
H/R	0.025	0.003	0.001	0.019	0.003	0.008

Pour la Terre, on a calculé le $\bar{\mu}$ en prenant la moyenne pondérée par les abondances des éléments chimiques N_2 et O_2 :

$$\bar{\mu} = \frac{0.78 \times 28 \text{ uma} + 0.22 \times 32 \text{ uma}}{0.78 + 0.22} = 29 \text{ uma}. \quad (4)$$

Nous remarquons que le rapport H/R est particulièrement petit pour Vénus, la Terre, Mars et Titan. Ce résultat n'est pas étonnant puisque les observations ont

montré que ces planètes possèdent une atmosphère significative. Mercure et la Lune possèdent aussi une atmosphère mais cette dernière est si ténue qu'elle est négligeable. En effet, la Lune n'est pas assez massive pour retenir une atmosphère conséquente ; quant à Mercure, sa gravité ne parvient pas à contrebalancer les effets dus à la température très élevée en surface. Le tableau ci-dessous nous montre la pression atmosphérique à la surface des différents corps :

	Mercure	Vénus	Terre	Lune	Mars	Titan
P [bar]	$\sim 10^{-15}$	92.1	1.01	$\sim 10^{-14}$	6.3×10^{-3}	1.5

Exercice 2 : Toutatis et le choc possible avec la Terre

a) Par calcul direct, la masse vaut

$$m = V \cdot \rho = 4600 \text{ m} \cdot 1900 \text{ m} \cdot 2290 \text{ m} \cdot 2000 \text{ kg/m}^3 = 4.05 \times 10^{13} \text{ kg}. \quad (5)$$

b) Reprenons l'équation donnant la vitesse en fonction du rayon vecteur r d'un mobile décrivant une trajectoire elliptique autour d'un corps de masse M :

$$v^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (6)$$

Dans notre cas, la masse est celle du Soleil, le rayon vecteur la distance entre la Terre et le Soleil ($r = a_T$) et a le demi-grand axe de l'astéroïde (déduit de la période, $a = 2.51 \text{ UA}$), nous obtenons :

$$v^2 = GM_{\odot} \left(\frac{2}{a_T} - \frac{1}{a} \right) \quad (7)$$

$$= 1.41 \times 10^9 \text{ m}^2/\text{s}^2. \quad (8)$$

La vitesse est donc $v = 3.75 \times 10^4 \text{ m/s} \simeq 38 \text{ km/s}$. L'énergie cinétique est :

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = 2.81 \times 10^{22} \text{ J}. \quad (9)$$

Le rapport entre l'énergie de l'astéroïde et de l'explosion de la bombe de Nagasaki est :

$$\frac{2.81 \times 10^{22} \text{ J}}{8.3 \times 10^{13} \text{ J}} = 3.4 \times 10^8. \quad (10)$$

c) La relation entre magnitude sismique et énergie est de la forme (analogue à la relation définissant la magnitude apparente d'une étoile) :

$$m = k \log_{10} E + C. \quad (11)$$

Soit E_6 l'énergie libérée par le séisme de magnitude 6. La relation entre les magnitudes 7 et 8 s'écrit alors simplement :

$$7 = k \log(30E_6) + C \quad (12)$$

$$6 = k \log E_6 + C. \quad (13)$$

En soustrayant ces deux relations, nous obtenons :

$$1 = k \log 30 \quad (14)$$

d'où :

$$k = 0.68. \quad (15)$$

La dernière condition donnée dans l'énoncé conduit à la relation :

$$5 \simeq 0.68 \log(8.3 \times 10^{13}) + C \text{ d'où } C = -4.46. \quad (16)$$

Donc, finalement la relation cherchée est :

$$m = 0.68 \log E - 4.46. \quad (17)$$

La magnitude sur l'échelle de Richter de l'impact de Toutatis sur la Terre est $m = 10.8$. Par comparaison, le séisme de décembre 2004 en Asie avait une magnitude un peu supérieure à 9.