

Gaz dégénérés

1. Montrer que la vitesse d'une particule partiellement relativiste de masse m_0 s'écrit

$$v = \frac{p/m_0}{\left[1 + \left(\frac{p}{m_0 c}\right)^2\right]^{1/2}}$$

2. Montrer que dans le cas du gaz complètement dégénérés partiellement relativiste, la pression vaut

$$P = \frac{\pi m_0^4 c^5}{3 h^3} f(x)$$

avec

$$f(x) = x(x^2 + 1)^{1/2} (2x^2 - 3) + 3 \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$$

et $x = \sinh \theta_F = p_F / m_0 c$, $\sinh \theta = \frac{p}{m_0 c}$.

3. Etablir la relation masse-rayon des naines blanches. On admettra un gaz d'électrons complètement dégénérés.

Indication : partir de l'équation d'équilibre hydrostatique et montrer qu'en première approximation on a $\frac{P_c}{R} \simeq \frac{3}{4\pi} \frac{GM^2}{R^5}$. Identifier ensuite la pression centrale avec la pression électronique du gaz d'électrons dégénérés non-relativistes, pour établir la relation masse-rayon des naines blanches.

4. A quelle température faut-il chauffer une barre de fer pour lever la dégénérescence du gaz électronique? Supposer la densité inchangée $\rho \simeq 7 \text{ g cm}^{-3}$.