Cours d'Astrophysique II, Dr. Pascale Jablonka EPFL Section de physique 3e année Série de la semaine No 7 12.11.2018
Semestre d'automne 2018

Transfert

Transfert convectif: transformations adiabatiques

Soit un système thermodynamique, qui peut être décrit à l'équilibre par trois coordonnées p, V, T liées par une équation d'état $f(p, V, T) = 0$. Soit une mole de matière subissant une transformation infinitésimale au cours de laquelle la quantité de chaleur δQ est échangée avec l'extérieur alors même que les coordonnées thermodynamiques varient de dp, dV, dT. δQ peut alors être exprimée de trois façons différentes, suivant le choix du couple de coordonnées indépendantes:

$$\delta Q = C_v \mathrm{d}T + l \mathrm{d}V \tag{1}$$
$$\delta Q = C_p \mathrm{d}T + h \mathrm{d}p \tag{2}$$
$$\delta Q = \lambda \mathrm{d}p + \mu \mathrm{d}V \tag{3}$$

où C_v et C_p sont les chaleurs spécifiques molaires, respectivement à volume constant et à pression constante.

1. En partant de

$$\mathrm{d}p = \left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_T \mathrm{d}V + \left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V \mathrm{d}T \tag{4}$$
$$\mathrm{d}V = \left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_T \mathrm{d}p + \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p \mathrm{d}T \tag{5}$$
$$\mathrm{d}T = \left.\frac{\partial T}{\partial p}\right|_V \mathrm{d}p + \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right|_p \mathrm{d}V \tag{6}$$

montrer que

$$\left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_T = - \left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right|_p \quad \text{et que} \quad \left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_T \left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_T = 1 \tag{7}$$

2. Montrer aussi que

$$h = -(C_p - C_v) \left.\frac{\partial T}{\partial p}\right|_V \quad ; \quad l = (C_p - C_v) \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right|_p \tag{8}$$
$$\lambda = C_v \left.\frac{\partial T}{\partial p}\right|_V \quad ; \quad \mu = C_p \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right|_p \tag{9}$$

3. Donner les expressions de h, l, λ et μ pour le cas du gaz parfait ($pV = RT$ avec $R = N_0 k$, N_0 étant le nombre d'Avogadro), et montrer que dans le cas d'une transformation adiabatique infinitésimale,

$$\frac{\partial p}{\partial V} = \frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{l}{h} \tag{10}$$

Montrer finalement que

$$pV^\gamma = \text{constante} \tag{11}$$

avec $\gamma = C_p/C_v$