

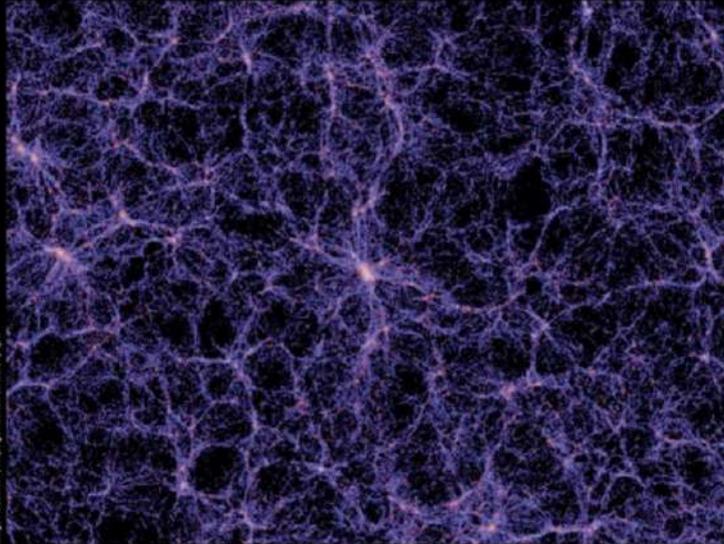
Cours 4 – 10 octobre 2023

Quizz du jour



Cosmologie

Corinne Charbonnel & Stéphane Paltani
Professeur.e.s au Département d'Astronomie UniGE



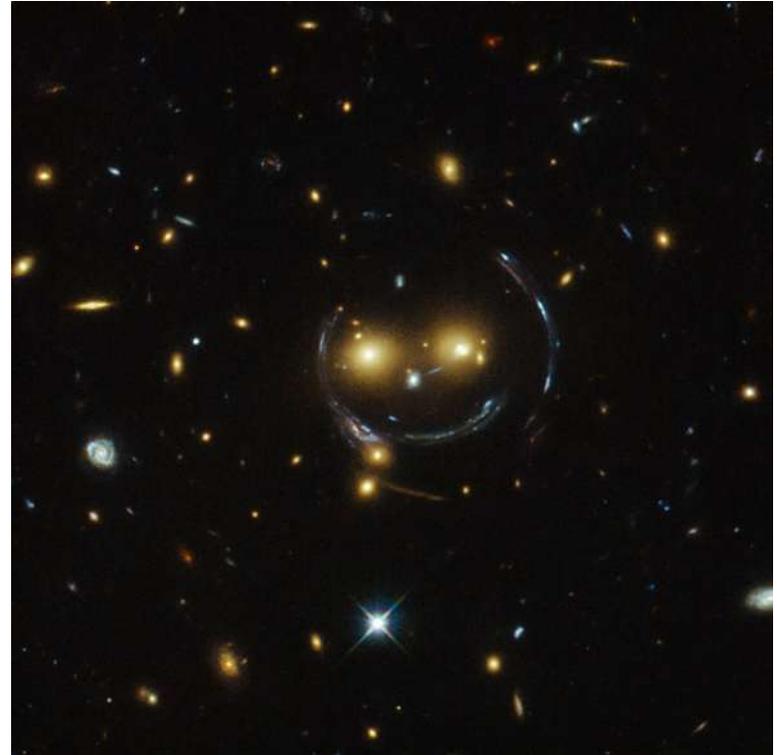
le mardi, du 19 septembre au 19 décembre 2023
de 17h45 à 18h45

Auditoire A300 - Sciences II, 30 quai Ernest-Ansermet, Genève

Inscription au cours sur place le 19 septembre
Renseignements : <http://unige.ch/sciences/astro>

Cours 4 – 9 octobre 2023

Lentilles gravitationnelles



Stéphane Paltani

L'Univers de de Sitter

Quelle est l'évolution d'un Univers vide ?

$$\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{1}{3}\Lambda c^2 = 0 \Rightarrow \ddot{a} = \frac{1}{3}\Lambda c^2 a$$

Il y a une solution :

$$a(t) \propto \exp(Ht)$$

$$a(t) = k \exp(Ht)$$

$$\dot{a}(t) = kH \exp(Ht)$$

avec la constante de Hubble :

$$H = \text{const} \quad \text{Univers de de Sitter} \quad H = \sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}}$$

$$H \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{kH \exp(Ht)}{k \exp(Ht)} = H$$

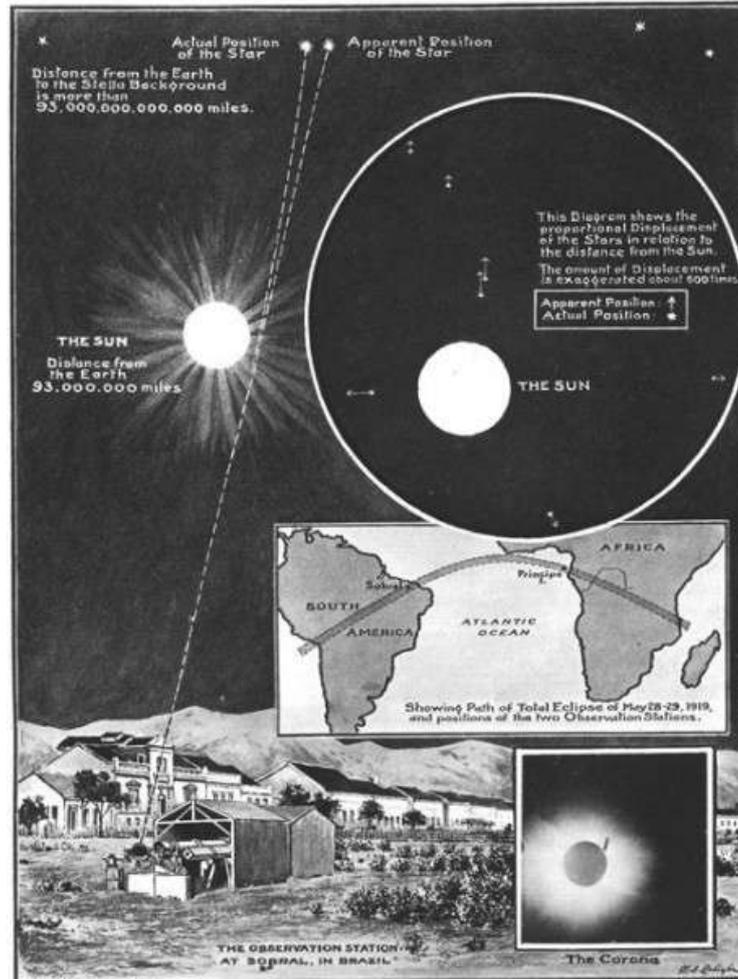
Si $\Lambda > 0$, l'Univers vide s'étend de façon exponentielle, et H est constante

Contenu

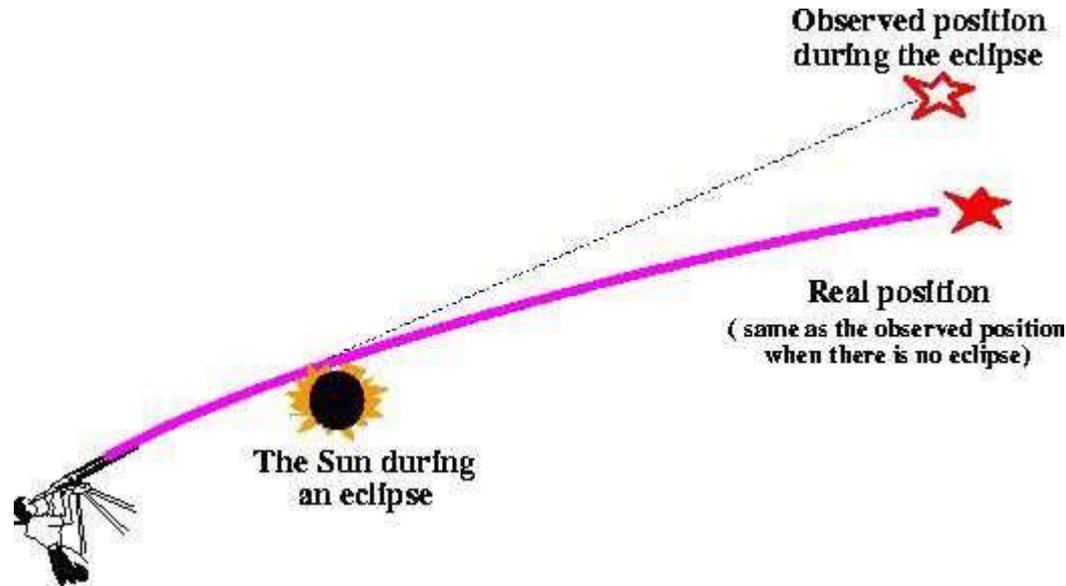
- Phénoménologie des lentilles gravitationnelles
- Effet de lentille par un point massif
- Lentilles gravitationnelles et cosmologie I
 - Détermination de la constante de Hubble
- Effet de lentille par un objet étendu
- Lentilles gravitationnelles et cosmologie II
 - Cisaillement cosmique

Phénoménologie des lentilles gravitationnelles

1919: La première lentille



1919: La première lentille



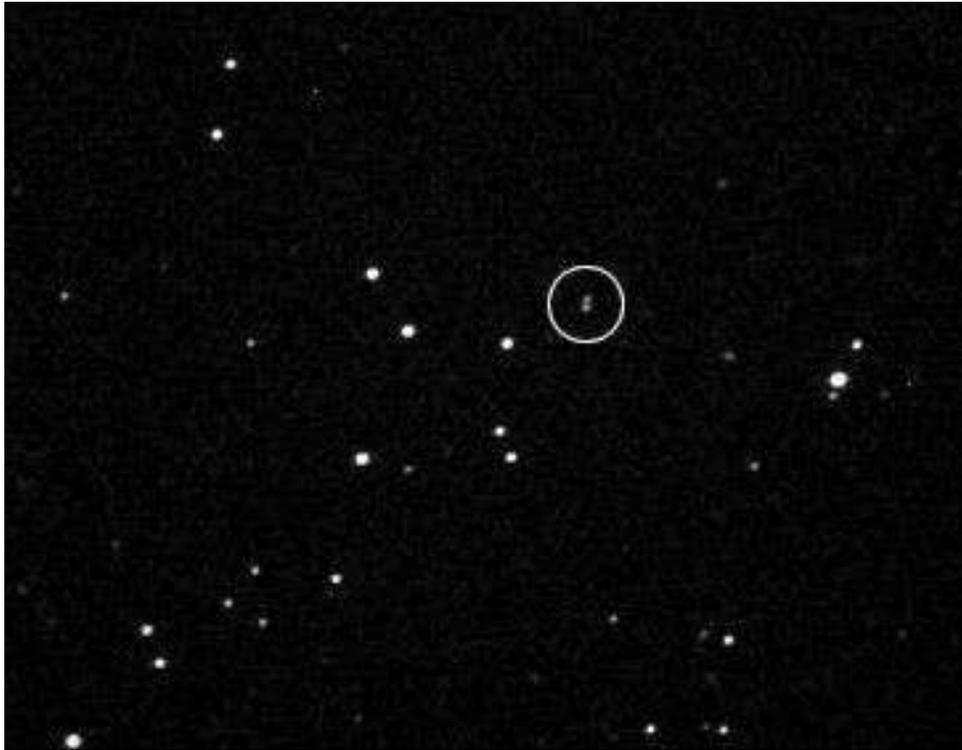
Observations par A. Eddington du **déplacement apparent des étoiles des Hyades** lors de l'éclipse totale de 1919

Première vérification d'une **prédiction de la relativité générale**

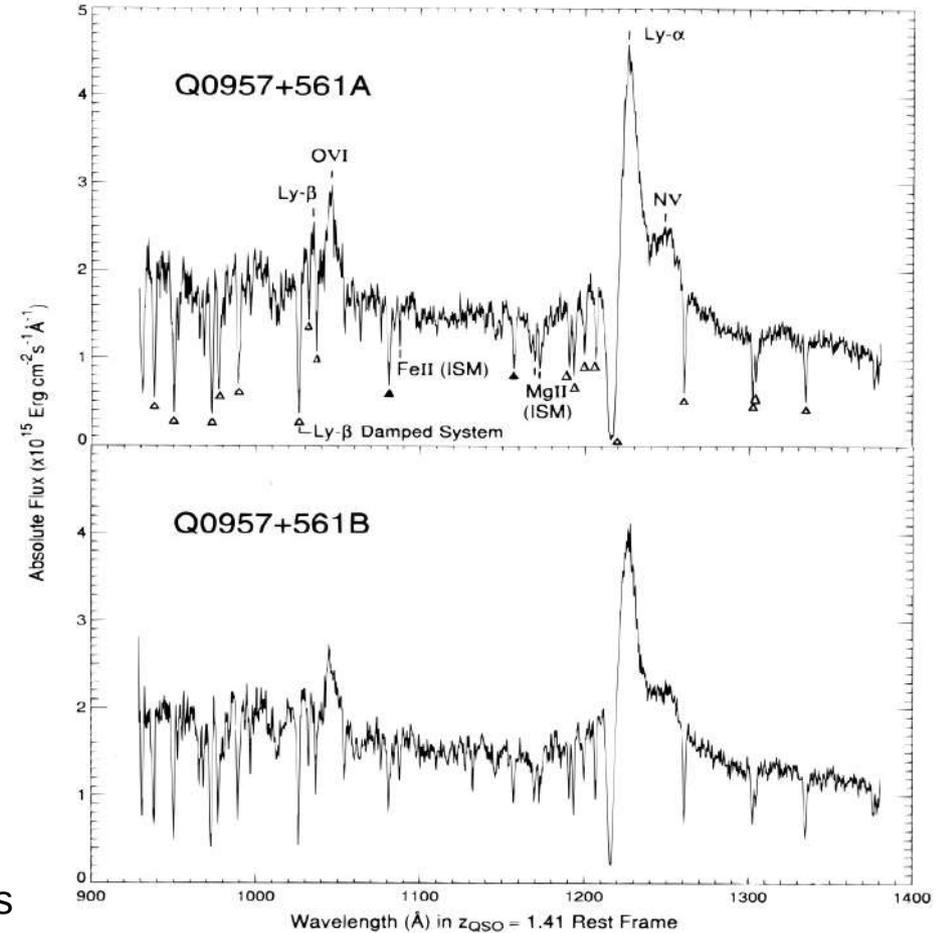
Premières considérations théoriques

- L'idée que la lumière puisse être déviée par la matière date d'avant Einstein: Interprétation corpusculaire de la lumière
- La relativité générale a fait cependant la **première prédiction** pour les étoiles des Hyades: déplacement de **1.75''**:
 - Observations à Sobral (Brésil): $1.98 \pm 0.12''$
 - Observations à Principe: $1.61 \pm 0.30''$
- Eddington (1929) note qu'on peut obtenir **plus qu'une image**
- Chowlson (1924) et Einstein (1936) prédisent **l'anneau d'Einstein** en cas d'alignement parfait
- Zwicky (1937) montre qu'on devrait trouver des images de lentille de **galaxies par des galaxies**

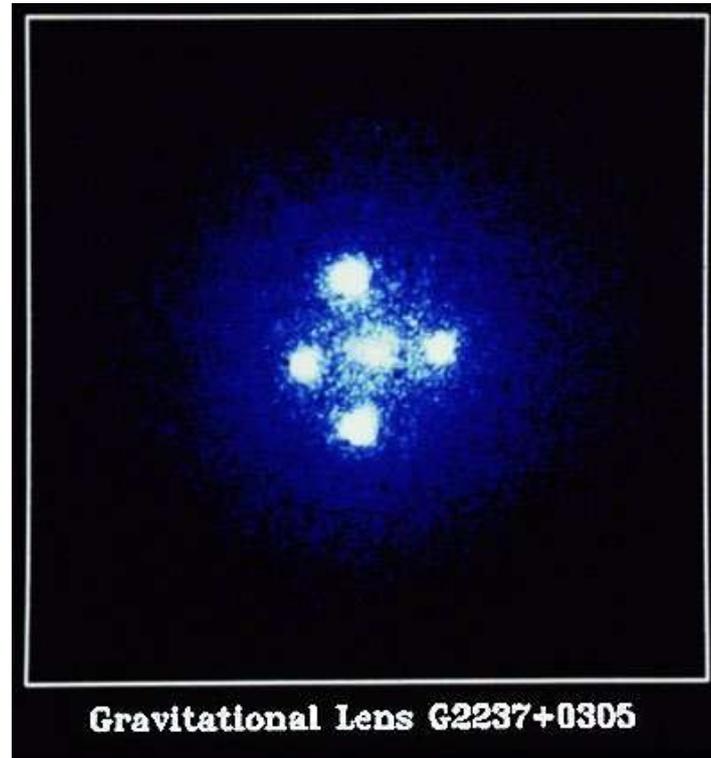
Le quasar QSO 0957+561



Spectres identiques

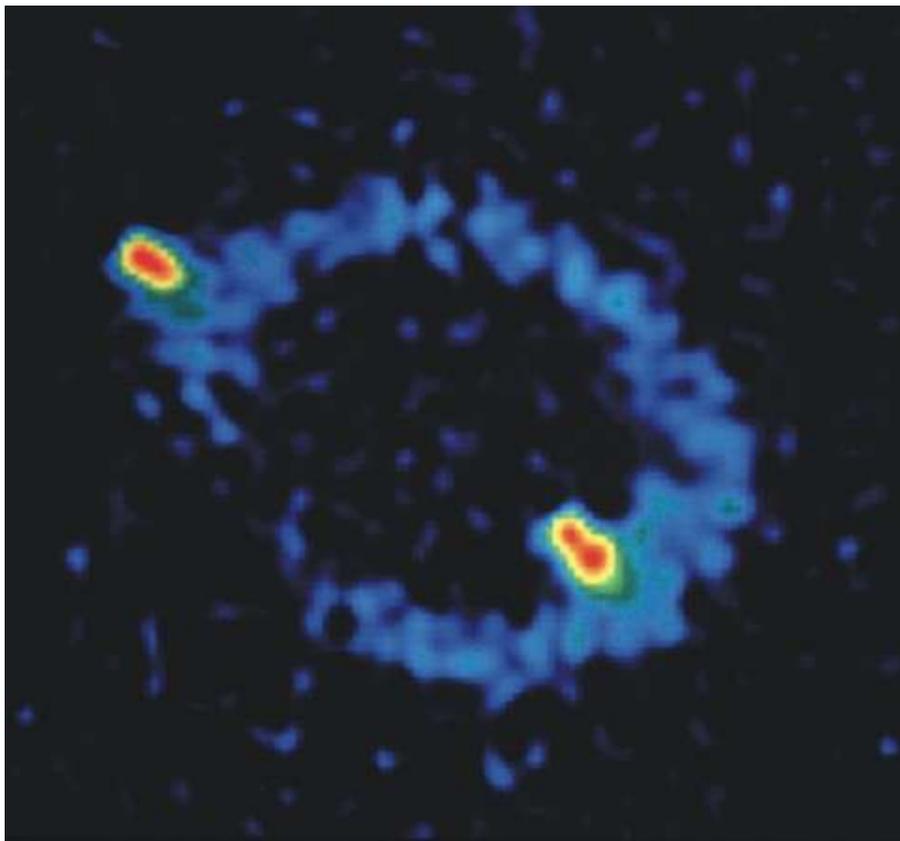


La Croix d'Einstein

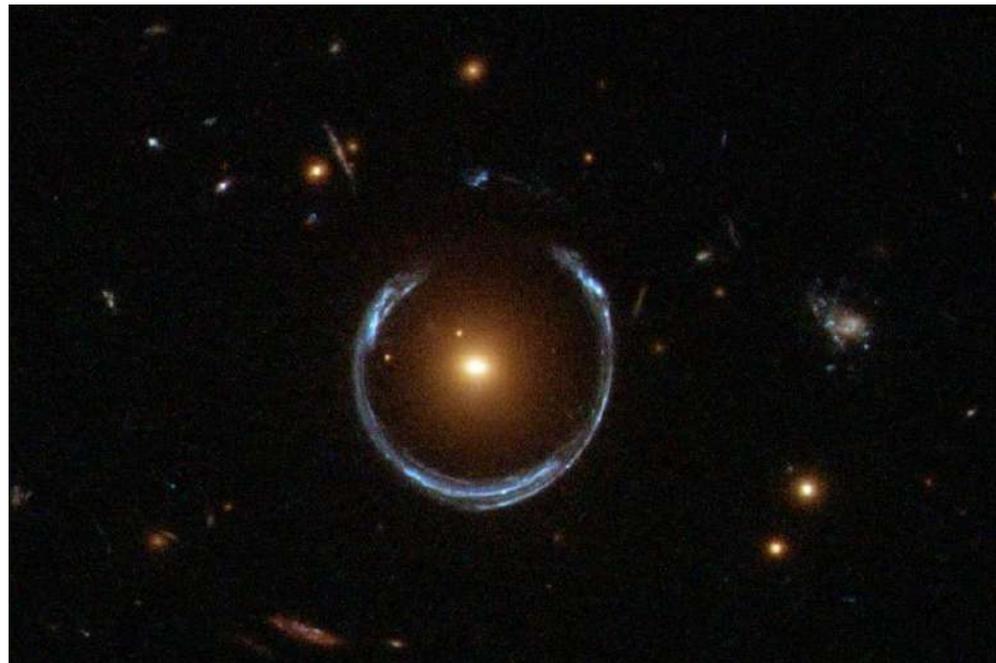


4(+1) images d'un même objet (Huchra et al. 1985)

L'anneau d'Einstein

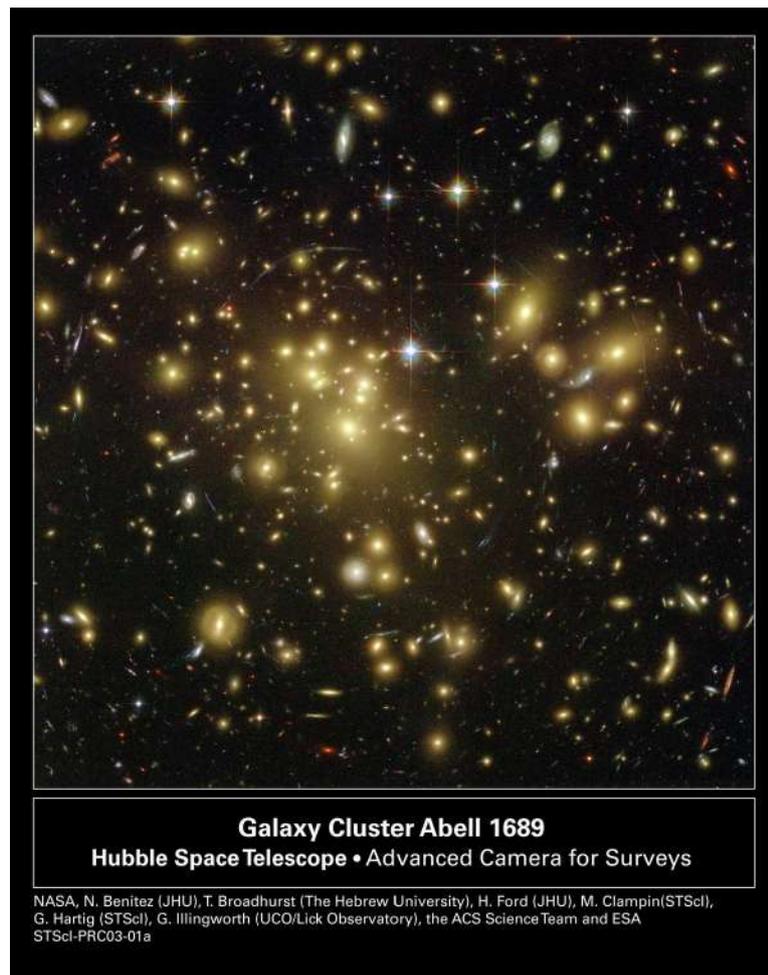


Quasar 4C 05.51 en radio
(NRAO/AUI; Hewitt et al. 1987)



LRG 3-757 vu par Hubble
(ESA/NASA)

Lentilles dans les amas



Lynds & Petrosian
(1986)

Soucail et al. (1987)

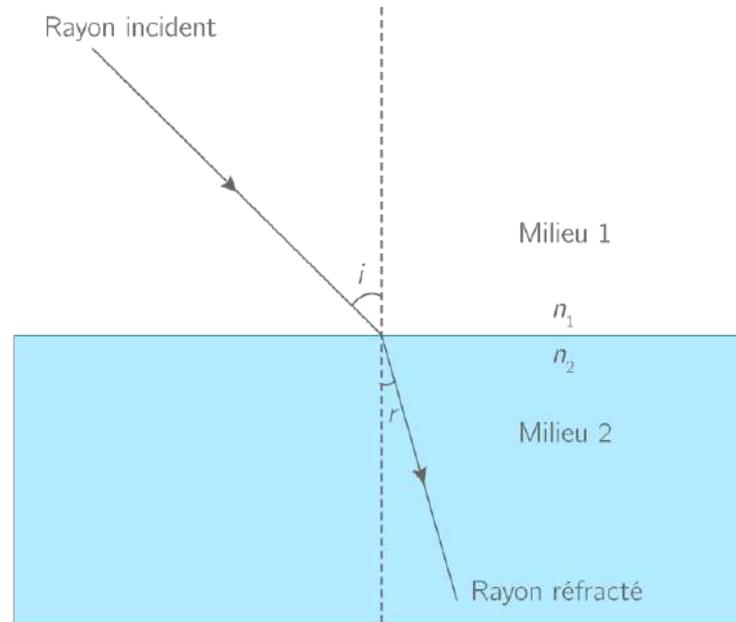


Galaxy Cluster Abell 2218
Hubble Space Telescope • WFPC2

Effet de lentille par un point massif

Réfraction

- Indice de réfraction: $n = c / v$



$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

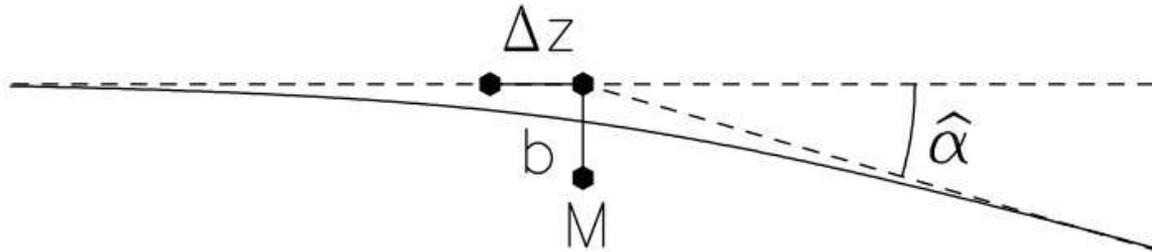
Indice de réfraction

- On peut assimiler l'espace à un milieu avec **indice de réfraction**:

$$n = 1 - \frac{2}{c^2}\Phi, \quad \Phi = -\frac{GM}{r}$$

- On obtient une déflexion:

$$\hat{\alpha} = \left| \int \nabla_{\perp} n dl \right| = \frac{2}{c^2} \left| \int \vec{\nabla} \Phi dz \right|$$



Paramètre d'impact

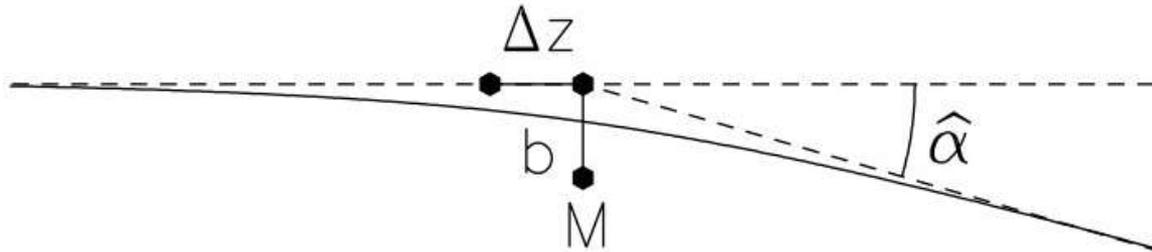
- Avec b , le paramètre d'impact, le potentiel devient:

$$\Phi(b, z) = -\frac{GM}{(b^2 + z^2)^{1/2}} \rightsquigarrow \vec{\nabla}\Phi = \frac{GM\vec{b}}{(b^2 + z^2)^{3/2}}$$

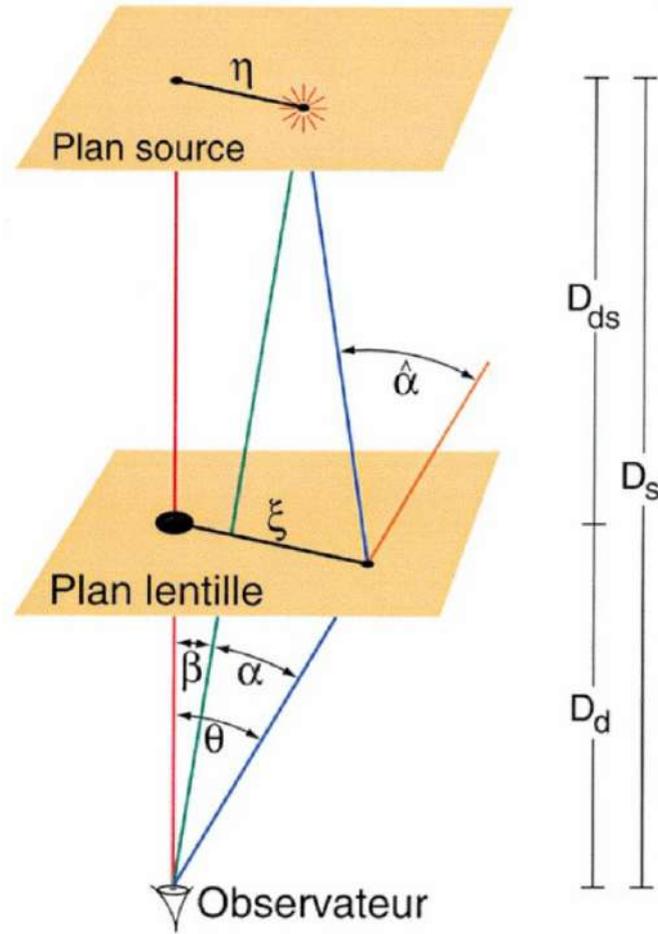
- On obtient:

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2 b} = 2\frac{R_S}{b}, \quad R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

- Pour le soleil: $b=7 \cdot 10^8$ m, $M=2 \cdot 10^{30}$ kg $\rightarrow \hat{\alpha} = 1.7''$



Géométrie des lentilles ponctuelles



Équation de lentille

- Angle de déflexion réduit:

$$\alpha = \frac{D_{\text{ds}}}{D_{\text{s}}} \hat{\alpha}$$

- Par géométrie:

$$\theta D_{\text{s}} = \beta D_{\text{s}} + \hat{\alpha} D_{\text{ds}}$$

- On obtient l'équation de lentille:

$$\beta = \theta - \alpha(\theta)$$

Rayon d'Einstein

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2 b} = \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{\theta D_d}$$

- L'équation de lentille devient:

$$\beta = \theta - \frac{D_{ds}}{D_d D_s} \frac{4GM}{c^2 \theta}$$

- En cas d'alignement parfait, $\beta = 0$:

$$\theta_E \equiv \theta = \left[\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_d D_s} \right]^{1/2}$$

- Par symétrie, l'image est un **anneau de rayon θ_E**

Taille de l'anneau d'Einstein

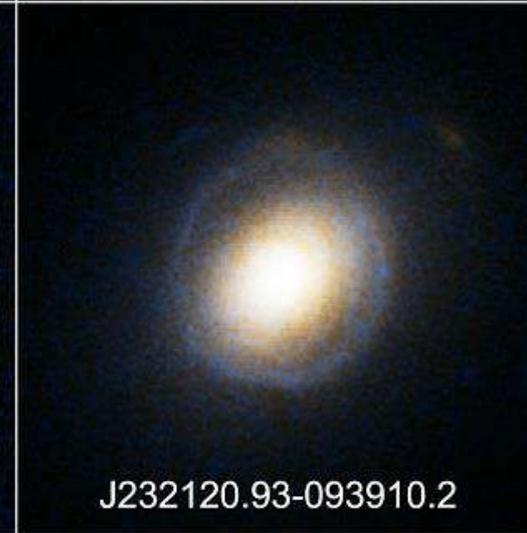
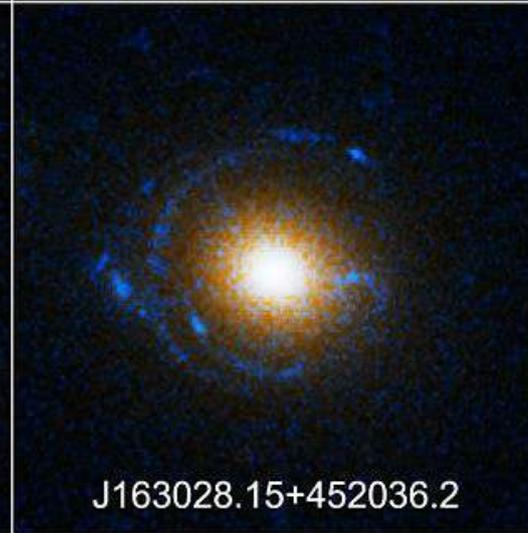
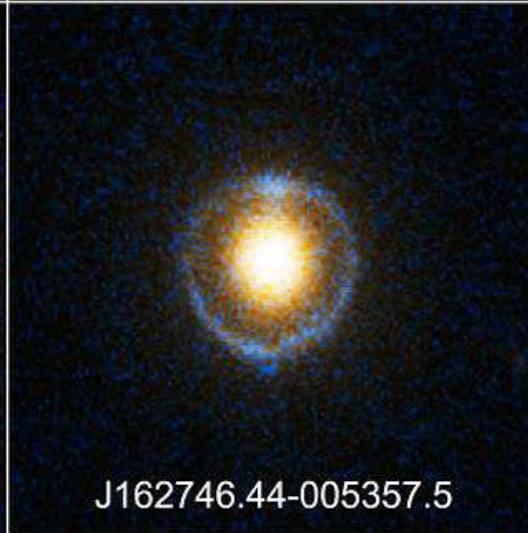
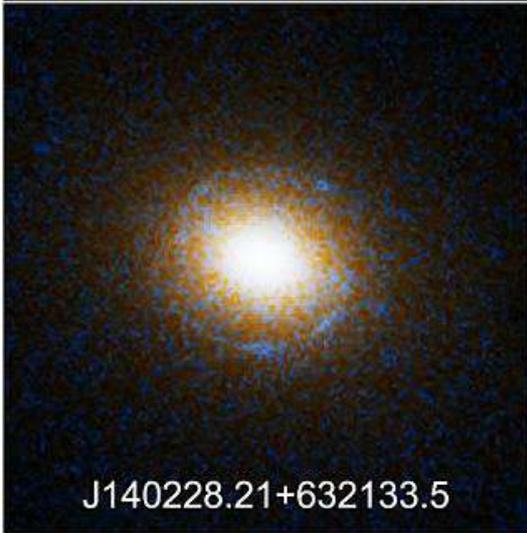
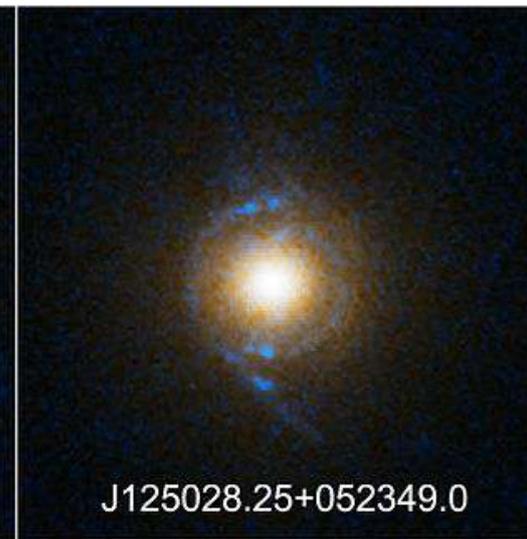
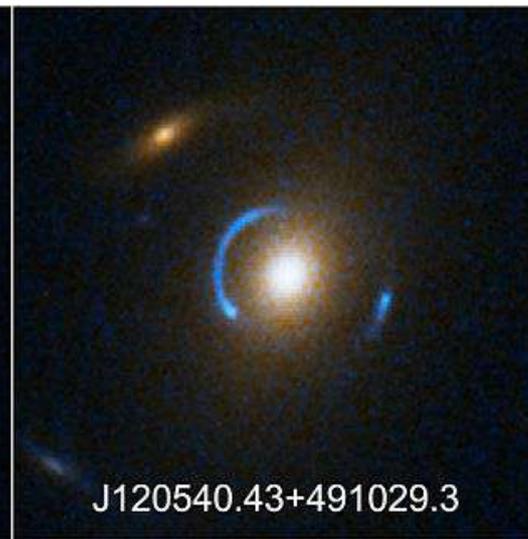
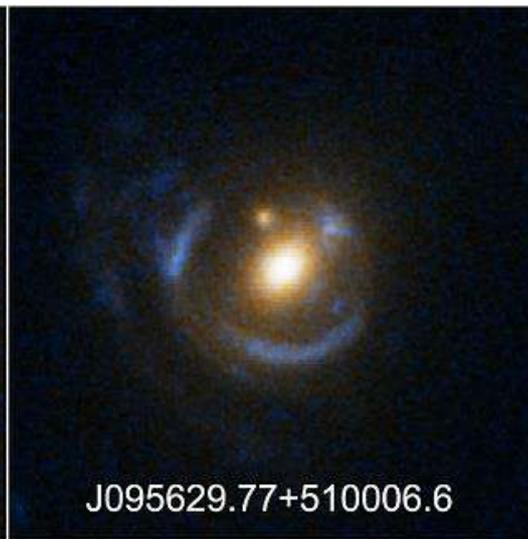
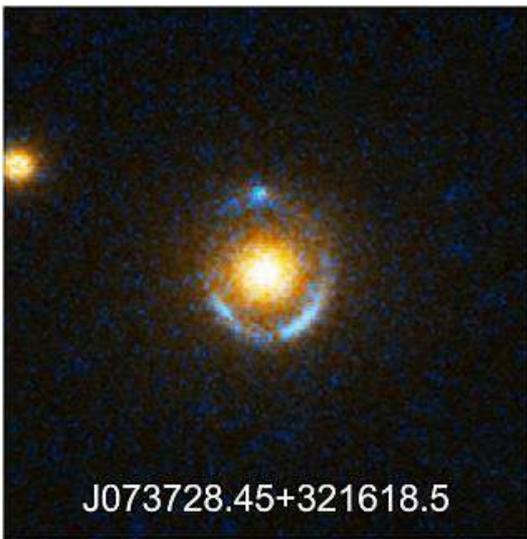
- Pour deux étoiles:

$$\theta_E = 0.0009'' \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-1/2}$$

– Impossible à observer!

- Pour deux galaxies:

$$\theta_E = 0.9'' \left(\frac{M}{10^{11} M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{D}{1 \text{ Gpc}} \right)^{-1/2}$$

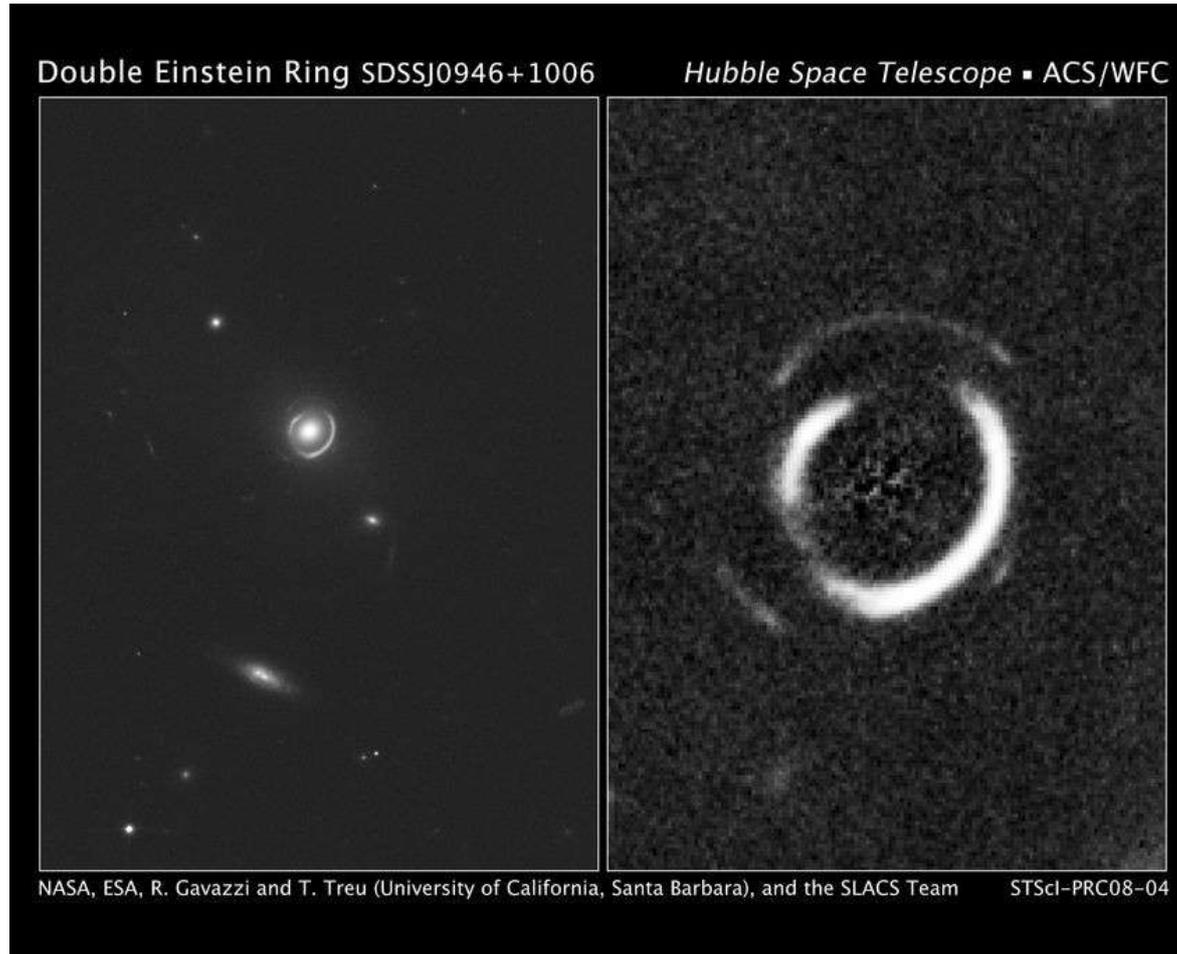


L'anneau d'Einstein vu par Webb



SPT-S J041839-4751.8

Double anneau d'Einstein



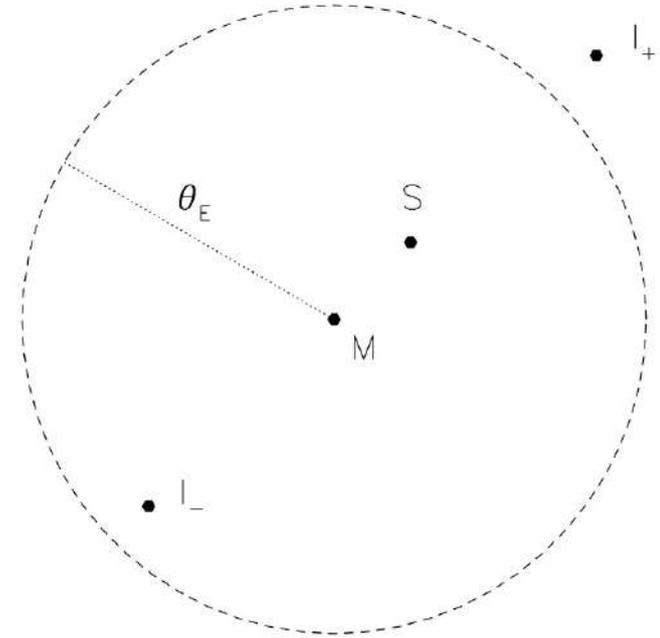
Lentilles non-alignées

- Si $\beta \neq 0$:

$$\beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta}$$

- On cherche θ . On obtient une équation polynomiale de degré 2:

$$\theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} \right)$$



- L'image I_- est à $|\alpha| < \theta_E$ et l'image I_+ est à $|\alpha| > \theta_E$

Amplification

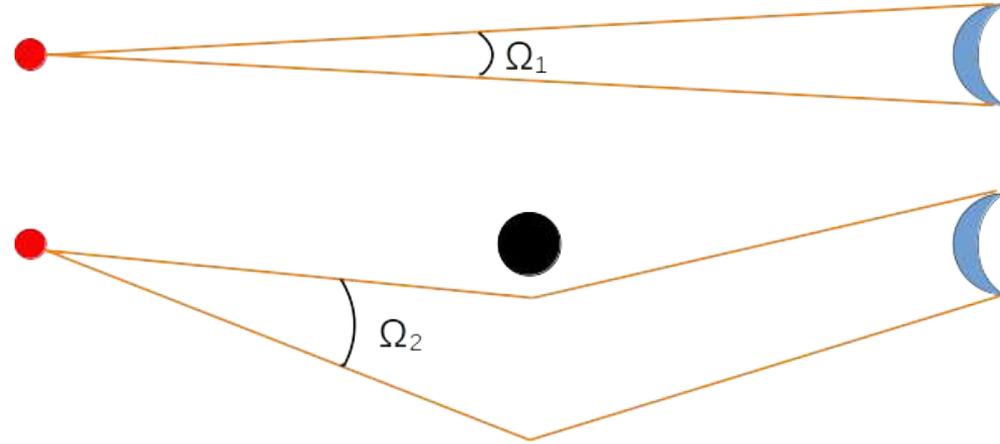
- L'angle solide apparent est modifié par la lentille: $\Omega_1 \neq \Omega_2$
 - **Amplification:** Ω_2 / Ω_1

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \mu = \frac{\theta d\phi d\theta}{\beta d\phi d\beta} = \frac{\theta d\theta}{\beta d\beta}$$

- Avec $u = \beta / \theta_E$:

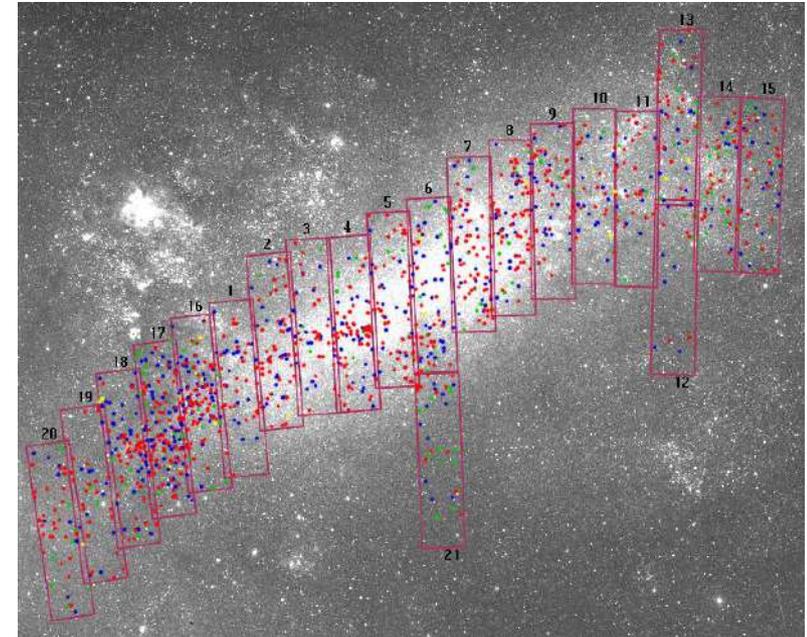
$$\mu_{\pm} = \left[1 - \left(\frac{\theta_E}{\theta_{\pm}} \right)^4 \right]^{-1} = \frac{u^2 + 2}{2u\sqrt{u^2 + 4}} \pm \frac{1}{2}$$

- u est formellement infini si $\beta = 0$

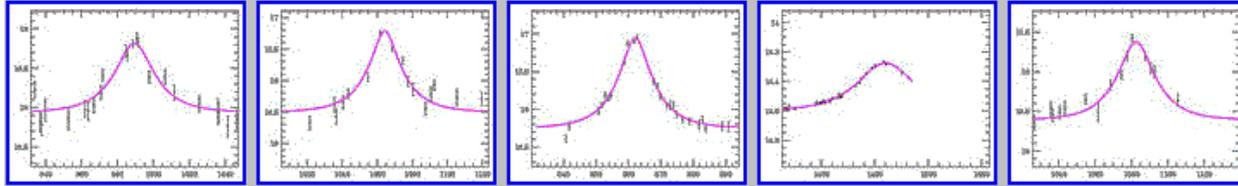


Micro-lentilles gravitationnelles

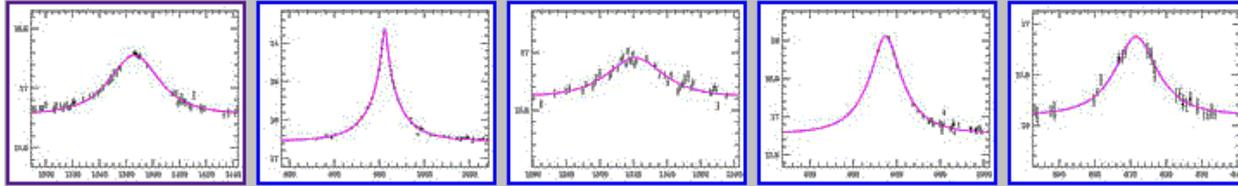
- L'anneau d'Einstein d'une étoile par lentille gravitationnelle avec un objet de masse stellaire n'est pas observable
- Mais l'amplification est facilement observable, si la lentille bouge
 - Nécessite un arrière-plan avec beaucoup d'étoiles, par exemple le Grand Nuage de Magellan, ou Bulbe de la Voie lactée pour avoir beaucoup de cibles



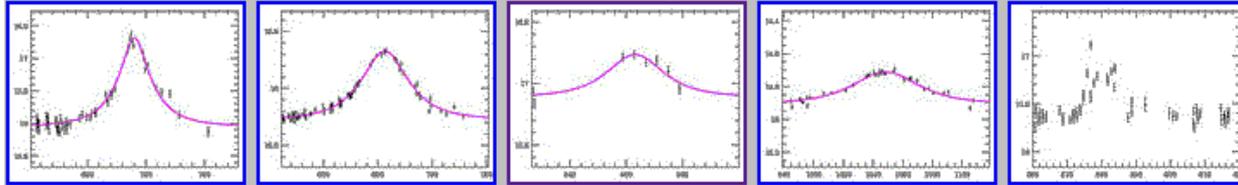
Micro-lentilles



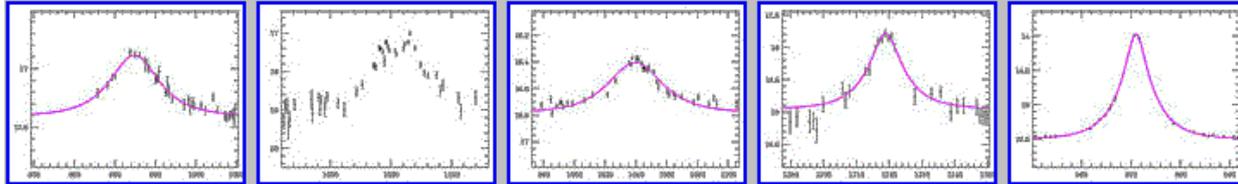
[BUL_SC1 460673](#) [BUL_SC2 8398](#) [BUL_SC2 27414](#) [BUL_SC2 65831](#) [BUL_SC2 495787](#)



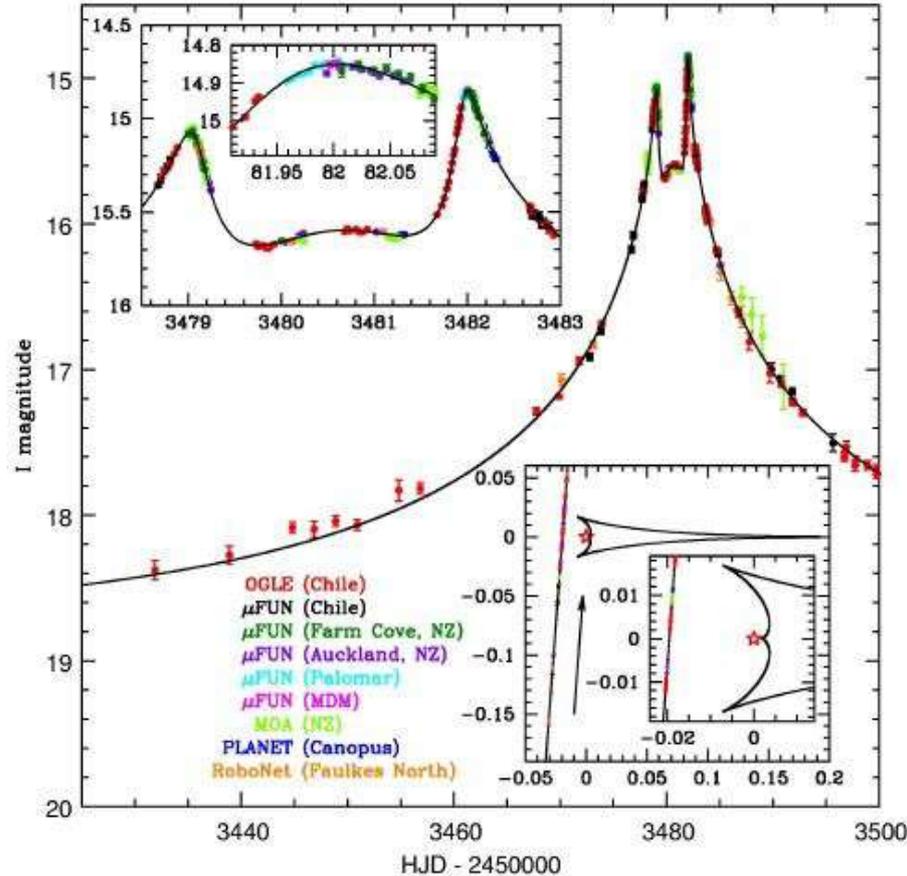
[BUL_SC3 77887](#) [BUL_SC3 91382](#) [BUL_SC3 457512](#) [BUL_SC3 469296](#) [BUL_SC3 480386](#)



[BUL_SC3 541151](#) [BUL_SC3 576464](#) [BUL_SC3 577547](#) [BUL_SC3 588309](#) [BUL_SC3 590098](#)



Micro-lentilles



OGLE BLG-071
(Udalski et al. 2005)

Forte amplification de lumière
(x20) d'une étoile, sans
déplacement, ni multiples
images

Présence d'une **exoplanète!**

MACHOs

- Quelle est la contribution des objets sombres à Ω_m ?
 - Recherche d'objets sombres compacts massifs (MACHO)
 - Trous noirs
 - Étoiles à neutrons
 - Naines brunes
 - Exoplanètes
- Sensibilité entre $10^{-8} M_{\odot}$ et $100 M_{\odot}$
- Contribution à Ω_m semble négligeable
- Limites aussi sur la quantité de baryons

Détermination de la constante de Hubble

Fonction de retard

- À partir de l'équation de lentille avec le potentiel effectif:

$$\beta = \theta - \vec{\nabla}_{\theta}\psi$$

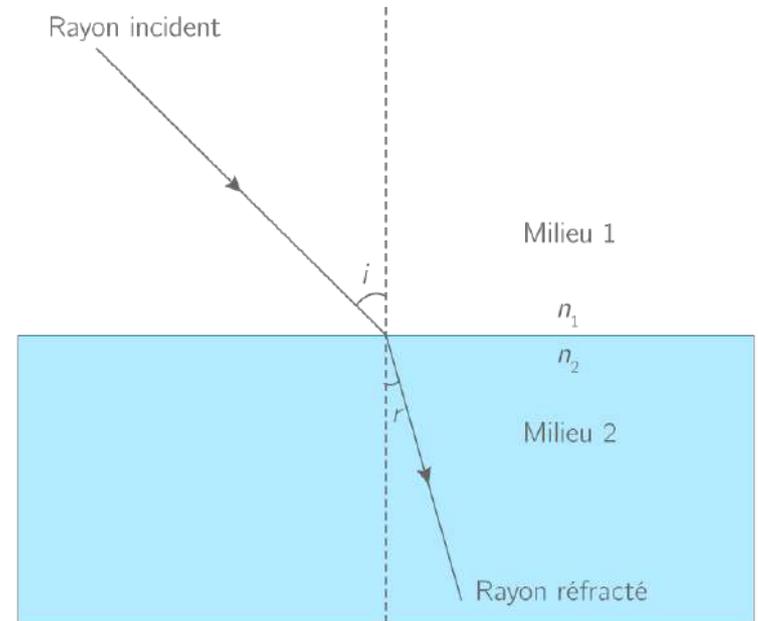
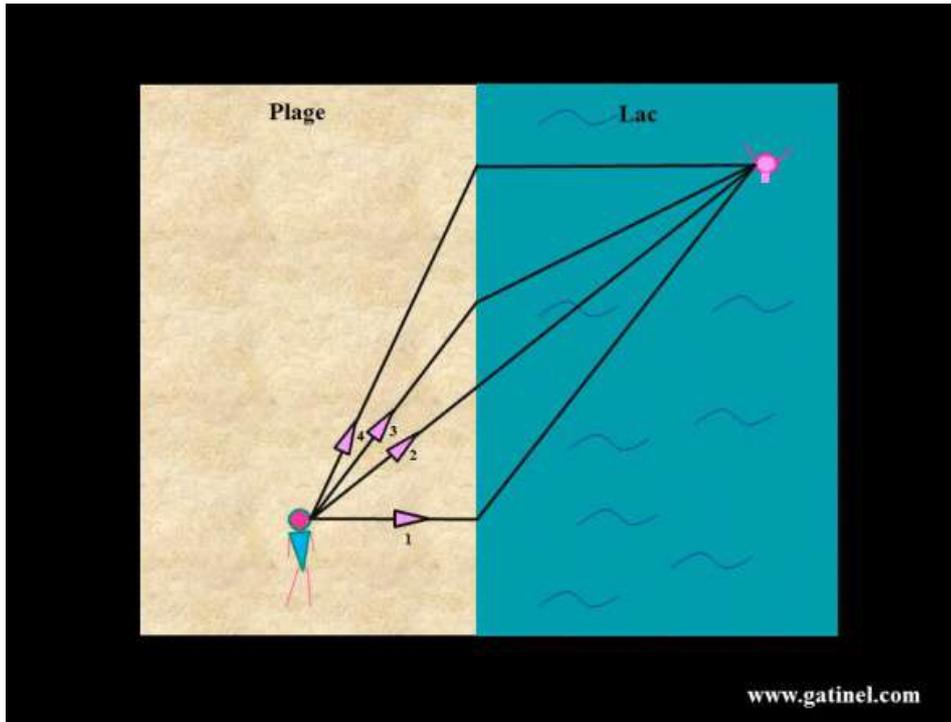
- On introduit la **fonction de retard $t(\theta)$** :

$$t(\theta) = \frac{1 + z_d}{c} \frac{D_d D_s}{D_{ds}} \left(\frac{1}{2} (\theta - \beta)^2 - \psi \right)$$

- L'équation de lentille suit donc le **Principe de Fermat**:

$$\vec{\nabla}_{\theta} t = \theta - \beta - \vec{\nabla}_{\theta}\psi = 0$$

Principe de Fermat



Principe de Fermat et lentilles

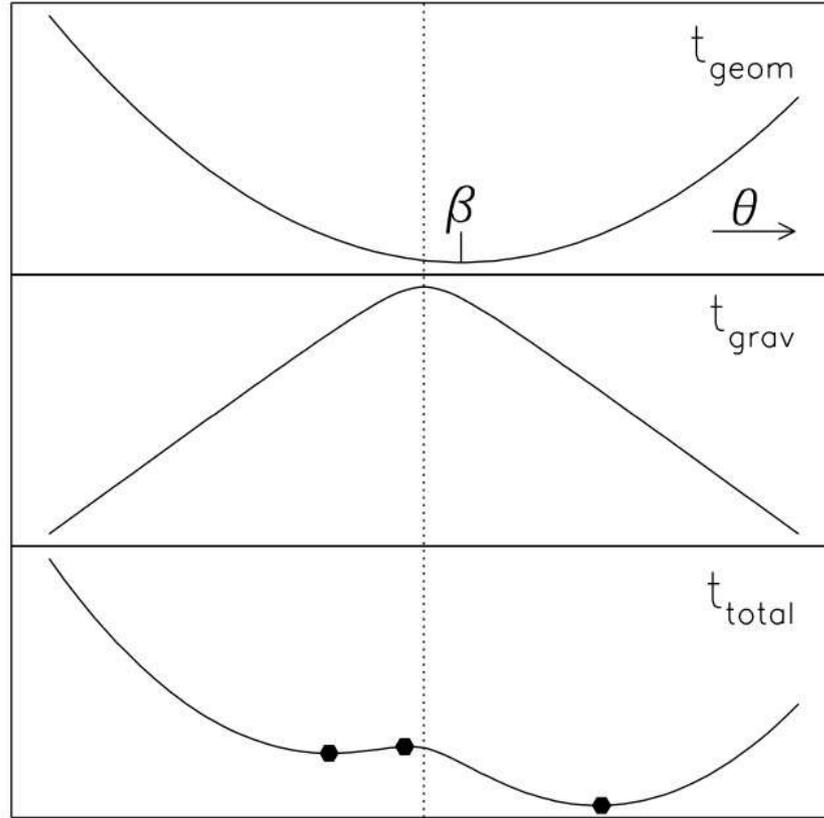
$$\frac{dt}{d\theta} = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}(\theta - \beta)^2 - \psi \right)$$

Effet
géométrique

Délai
gravitationnel

time delay



angular position

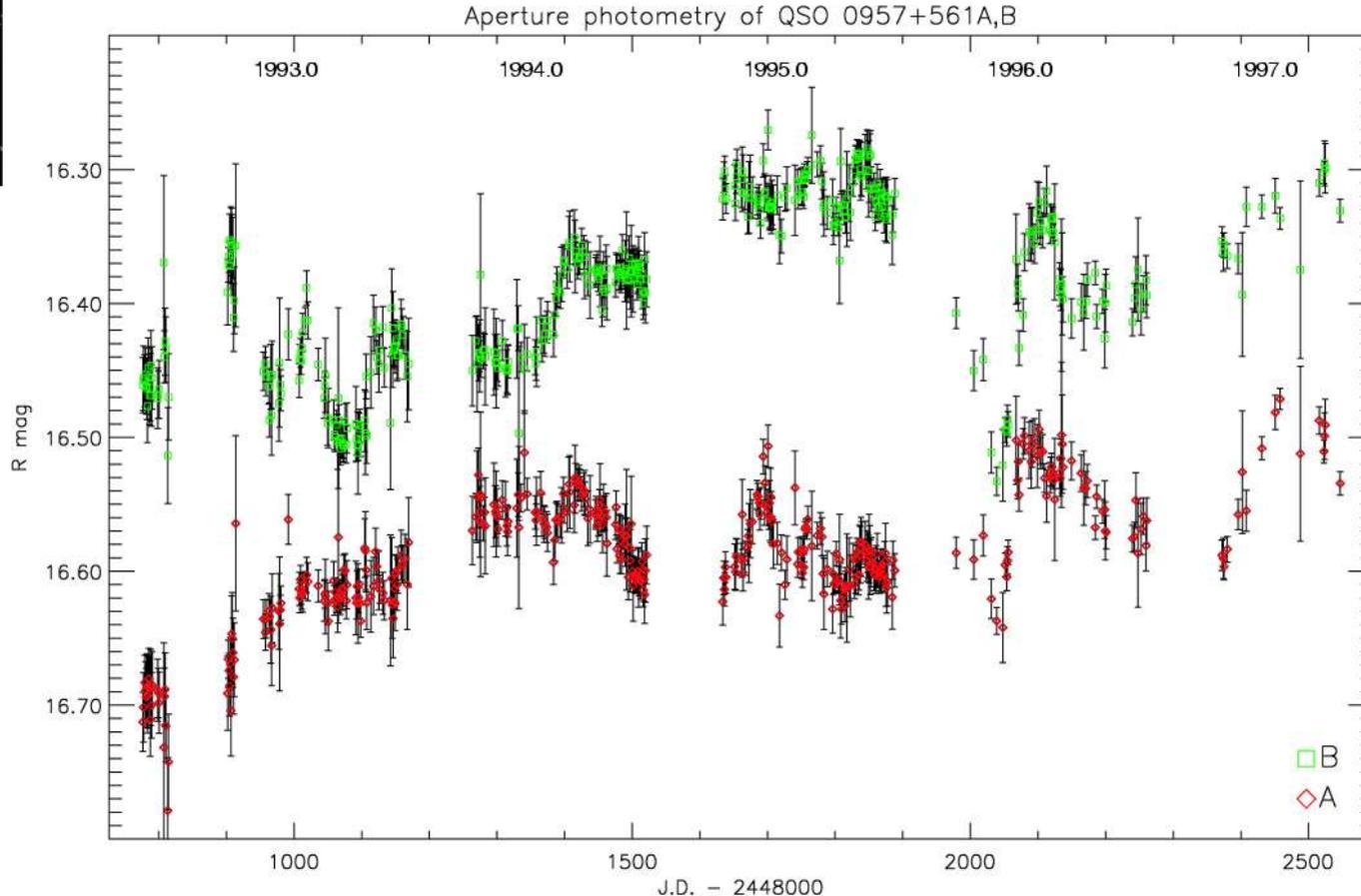
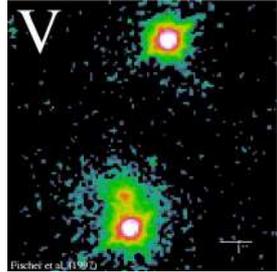
Détermination de la Constante de Hubble

- Si la source varie, on peut mesurer le(s) délai(s) entre les images
- Les quasars sont les candidats idéaux: ponctuels et variables
- Si on connaît la géométrie de la lentille et son redshift, et en faisant l'hypothèse que la source est très loin: $D_{ds}/D_s \sim 1$, on peut trouver D_d :

$$t(\theta) = \frac{(1 + z_d)}{c} \frac{D_d D_s}{D_{ds}} \left[\frac{1}{2} (\theta - \beta)^2 - \psi \right]$$

(β est obtenu par l'équation de lentille)

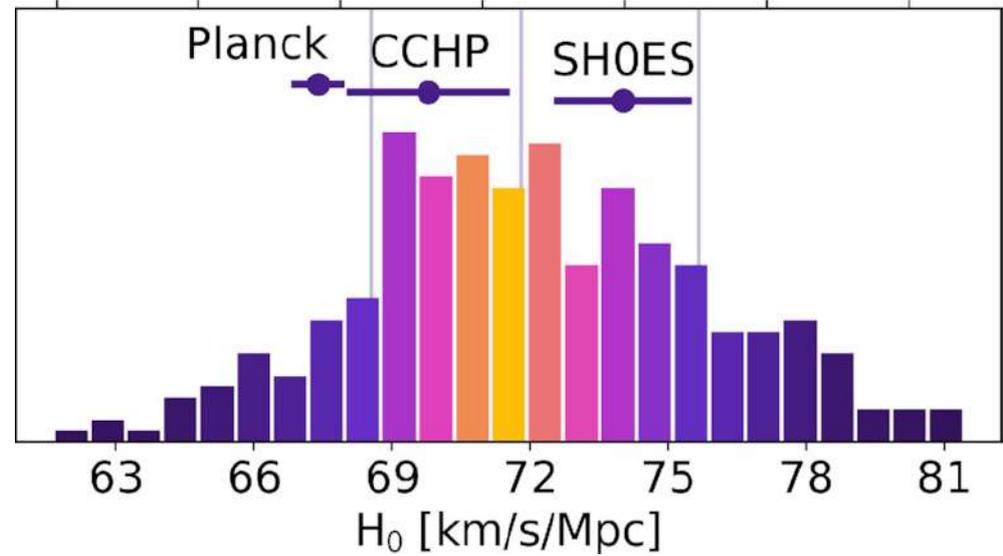
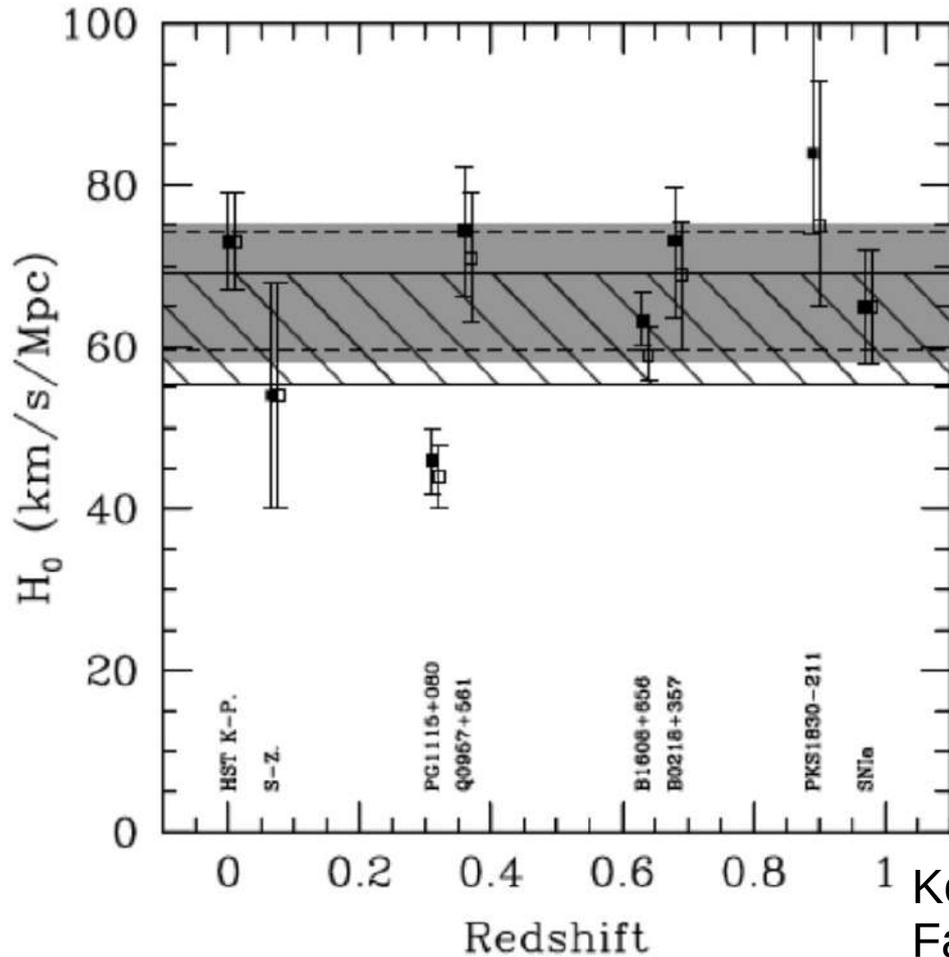
Courbes de lumière de QSO0957+561AB



Retard de
425 jours

Ovelsen et al.
2003

Mesures de H_0



Denzel et al. 2020

Effet de lentille par un objet étendu

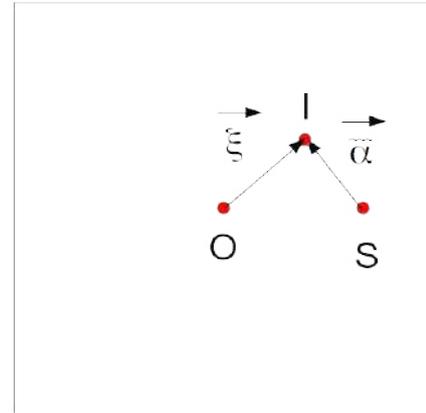
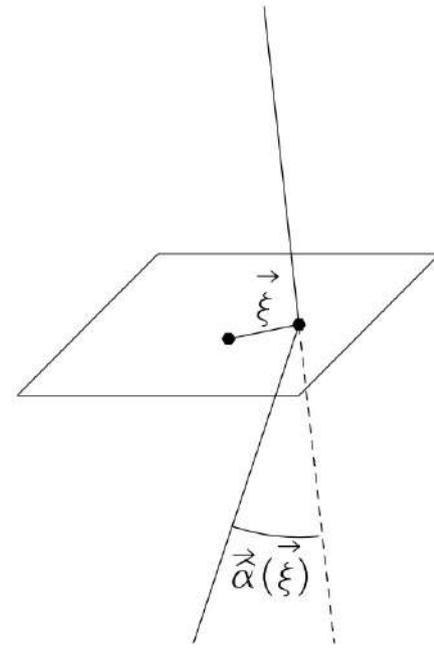
Approximation plane

- On suppose que la masse est concentrée de façon infiniment mince

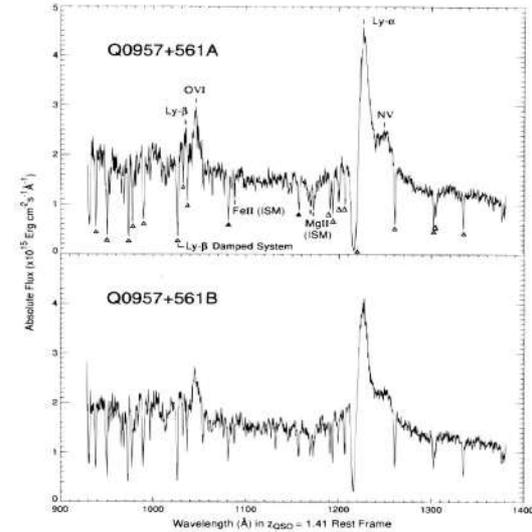
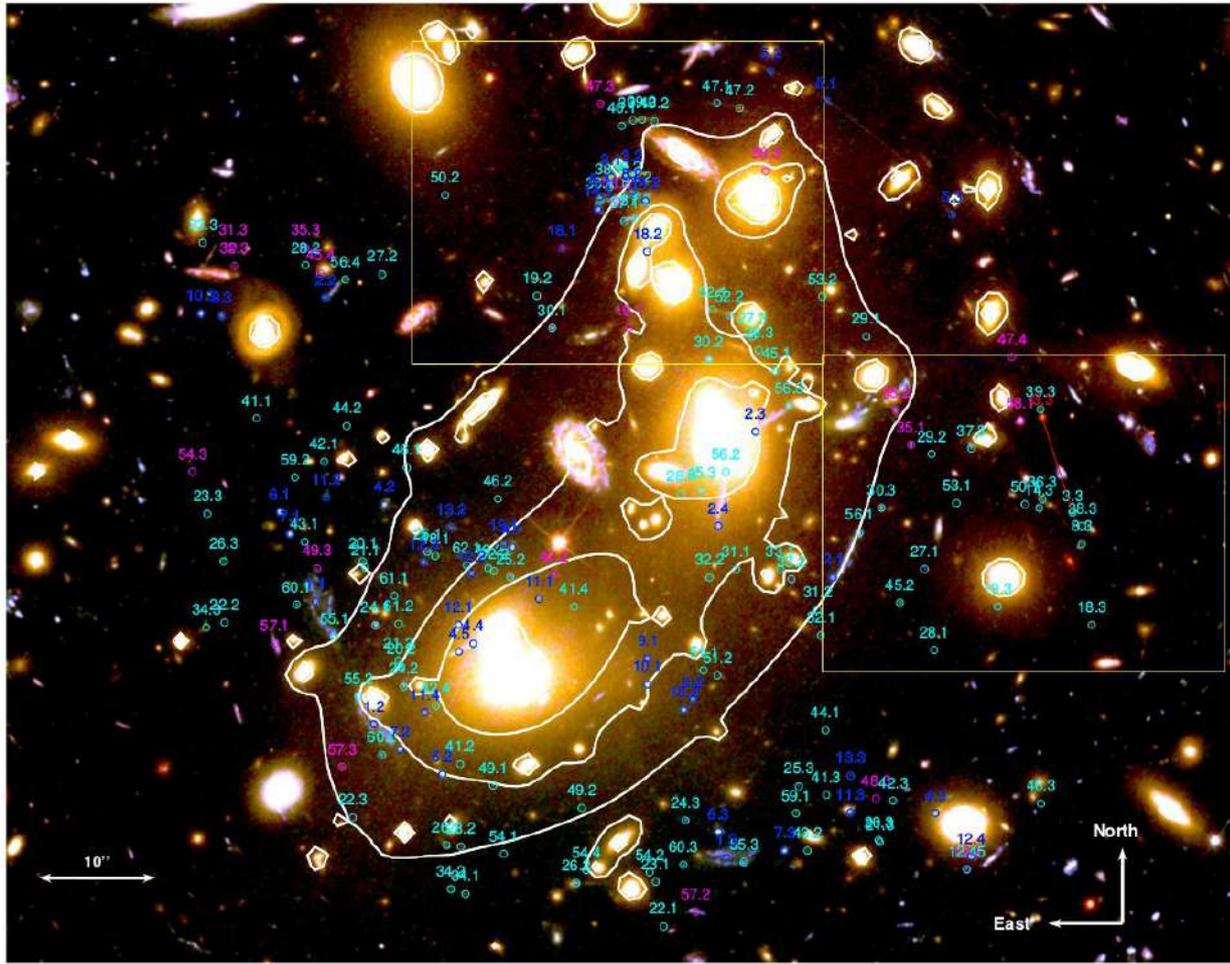
$$\Sigma(\vec{\xi}) = \int \rho(\vec{\xi}, z) dz$$

- La déviation est une somme de déviation de directions différentes:

$$\vec{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int \frac{(\vec{\xi} - \vec{\xi}') \Sigma(\vec{\xi}')}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2} d\xi'$$

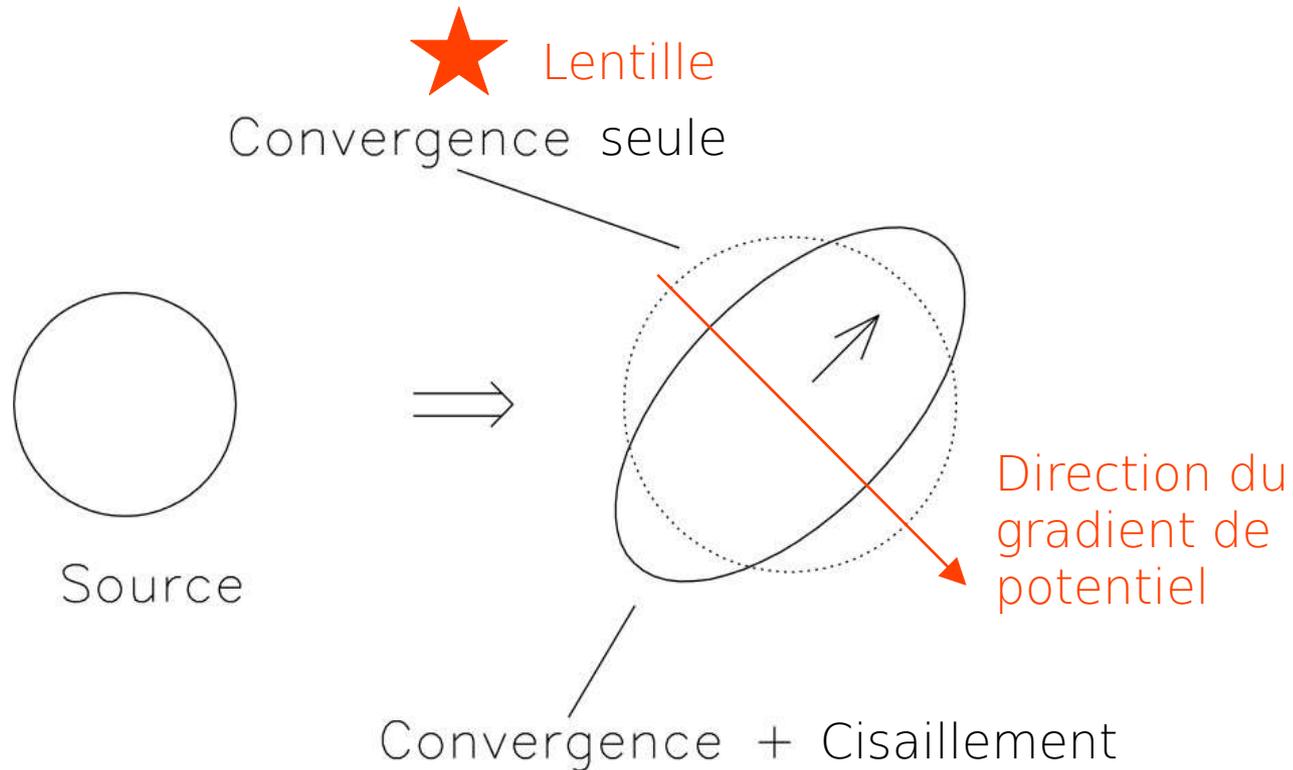


Reconstruction du potentiel

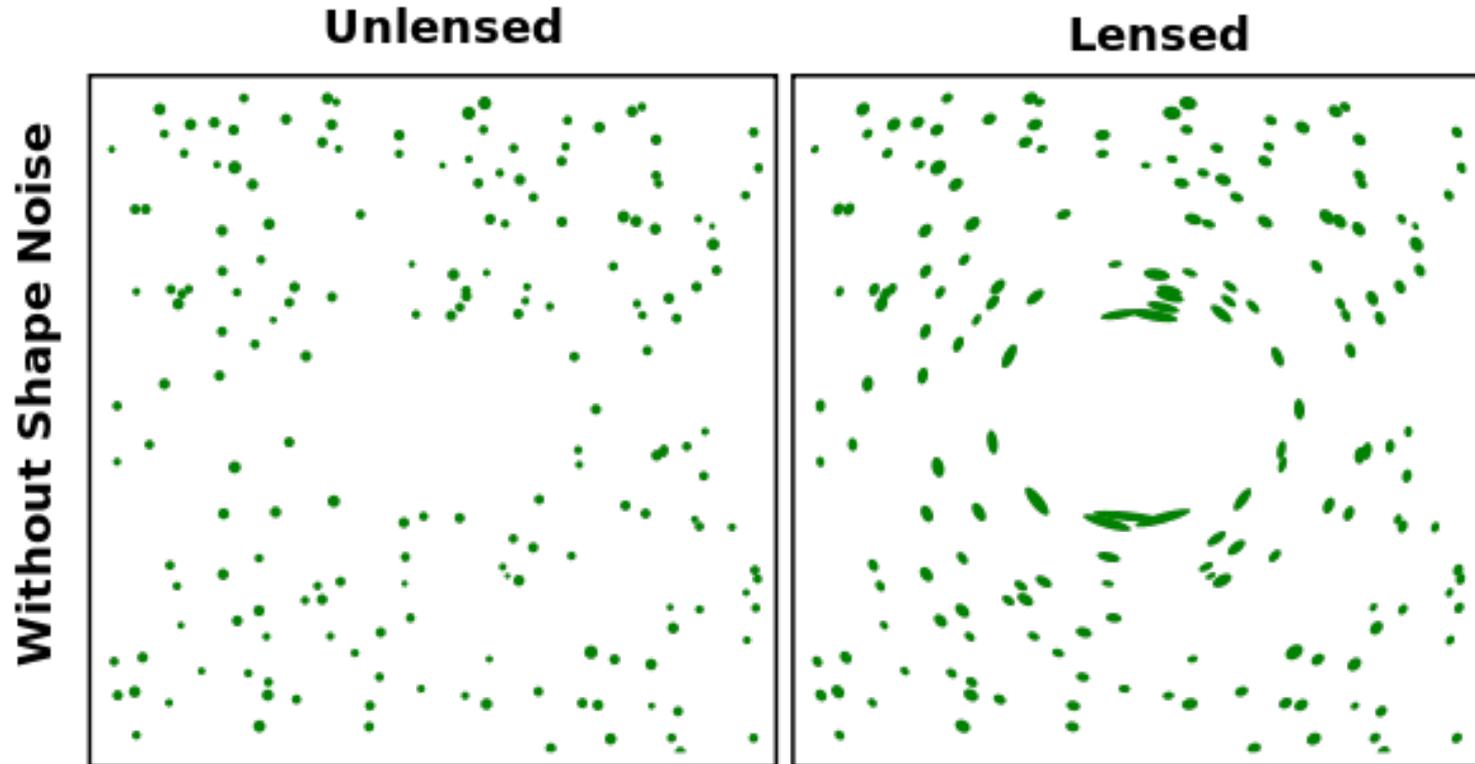


Convergence et cisaillement

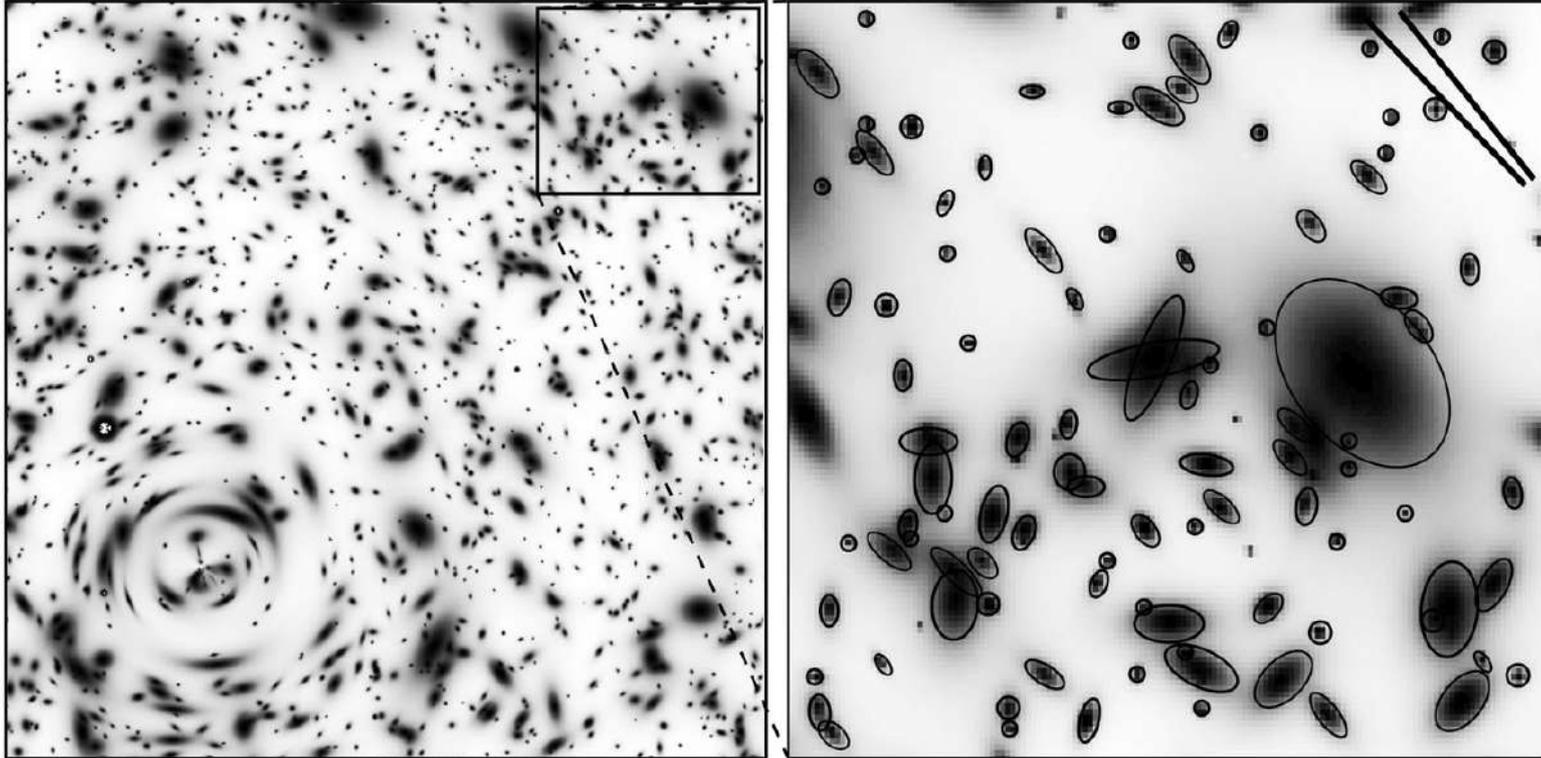
- Chaque lentille induit un potentiel gravitationnel radial



Lentilles gravitationnelles faibles



Lentilles gravitationnelles faibles



Amas du Boulet

