



Cours 12

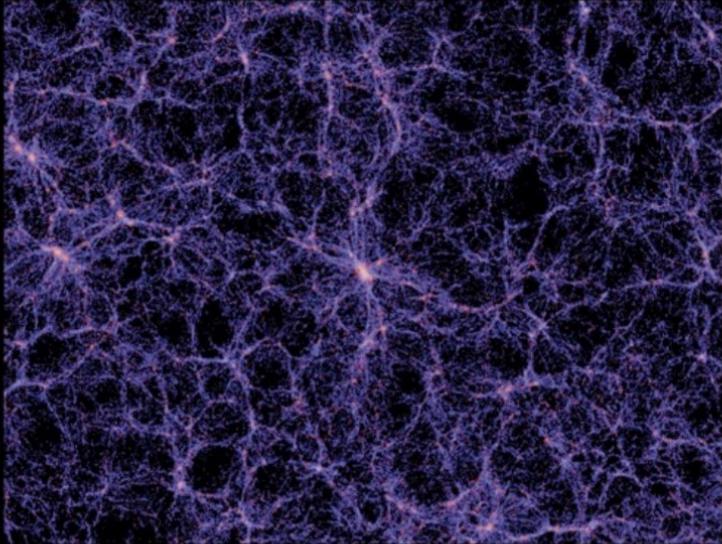
5 décembre 2023

Quizz du jour



Cosmologie

Corinne Charbonnel & Stéphane Paltani
Professeur.e.s au Département d'Astronomie UniGE



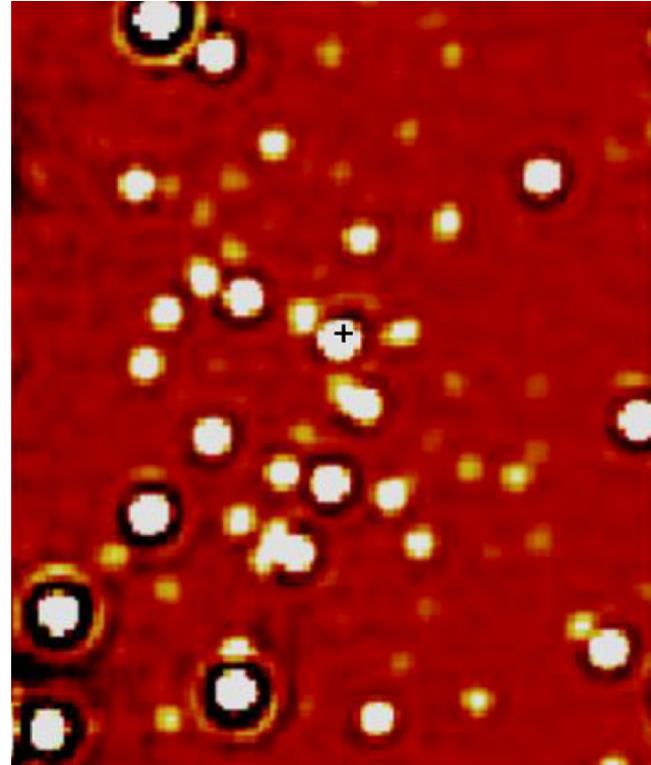
le mardi, du 19 septembre au 19 décembre 2023
de 17h45 à 18h45
Auditoire A300 - Sciences II, 30 quai Ernest-Ansermet, Genève

Inscription au cours sur place le 19 septembre
Renseignements : <http://unige.ch/sciences/astro>

Cours 12 – 5 décembre 2023

<https://mediaserver.unige.ch/play/208473>

Trous noirs



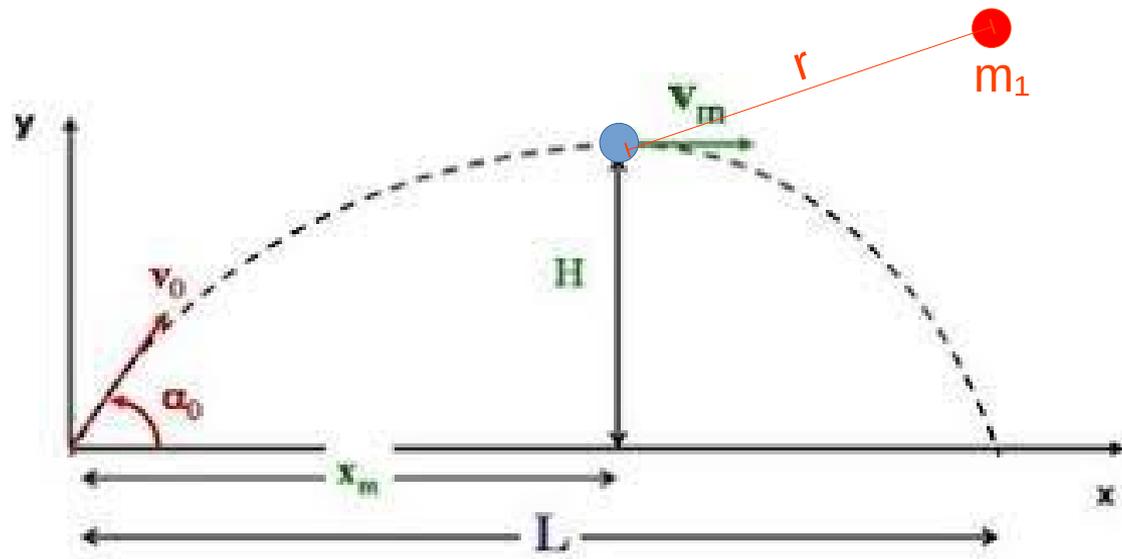
Stéphane Paltani

Contenu

- Trous noirs
- Détection des trous noirs
- Rôle cosmologique des trous noirs

Trous noirs

Point matériel



$$F = mg$$

$$F_m = \frac{Gmm_1}{r^2}$$

Masse ponctuelle en relativité générale

Trou noir (de Schwarzschild)

Équations d'Einstein :

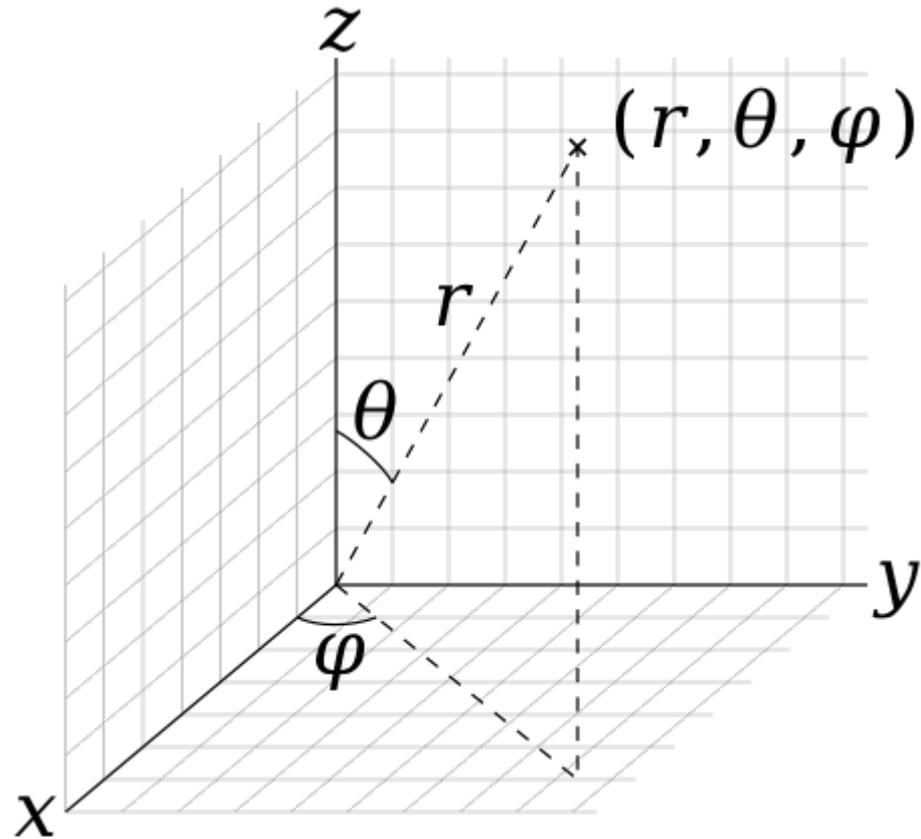
$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Pour une masse ponctuelle :

$$T_{\mu\nu} = m\delta(\mathbf{x})$$

($\delta(\mathbf{x})$ est la fonction de Dirac, nulle partout, sauf en $\mathbf{x} = 0$, mais de norme 1)

Coordonnées sphériques



Métrie de Schwarzschild

Solution des équations d'Einstein :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)^{1/2} c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)^{1/2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r \sin \theta \end{pmatrix}$$

On note que la métrie n'est pas définie pour:

- $r = 0$
- $r = \frac{2Gm}{c^2}$

Rayon de Schwarzschild

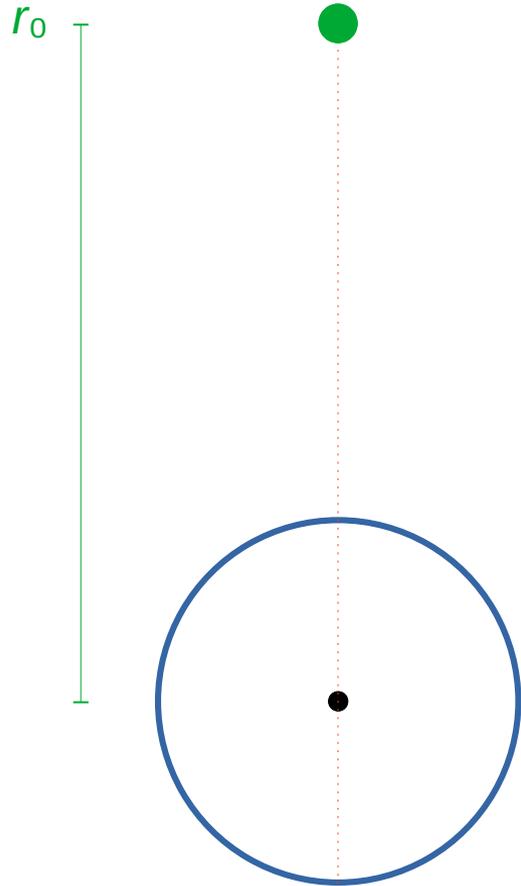
$$R_S = \frac{2Gm}{c^2}$$

- Pour une masse de 1 kg : 10^{-27} m
- Pour la Terre : 9 mm
- Pour le Soleil : 3 km

Courbure autour d'un trou noir

- Courbure :
$$R = 48 \frac{G^2 m^2}{c^4 r^6}$$
- Diverge en $r = 0$
 - **Singularité** en forme de point!
- Est parfaitement régulière en $r = R_s$
 - Pas de singularité, mais juste un problème de carte
 - Les coordonnées t, r, θ, φ ne peuvent pas exprimer correctement la géométrie de l'espace-temps en $r = R_s$

Chute libre dans un trou noir



- Sans calcul, pour un observateur à l'infini :

$$\dot{r}^2 = \frac{dr}{d\tau} = \frac{2Gm}{c^2 r}$$

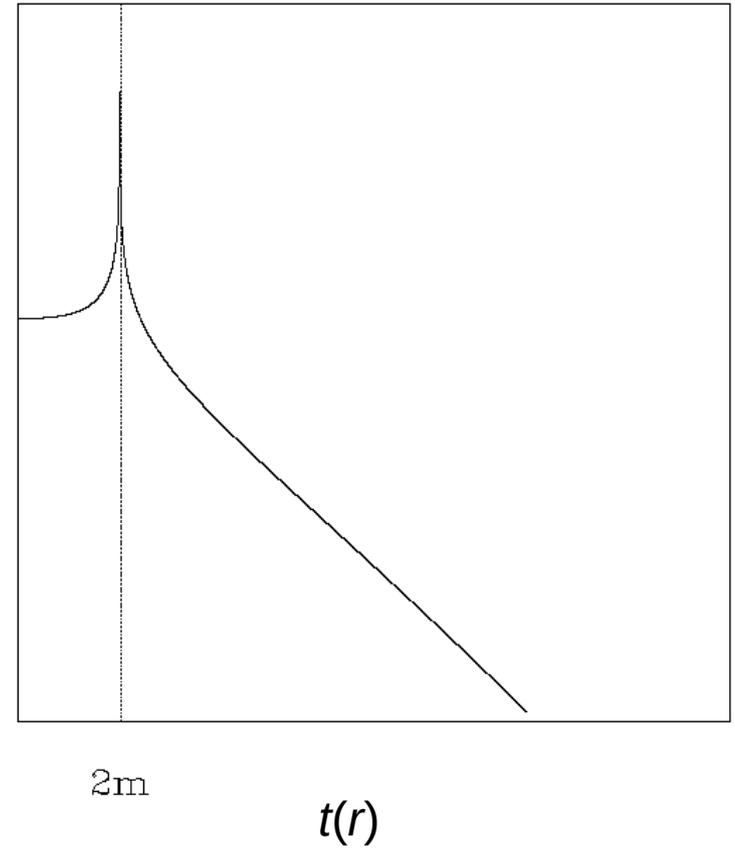
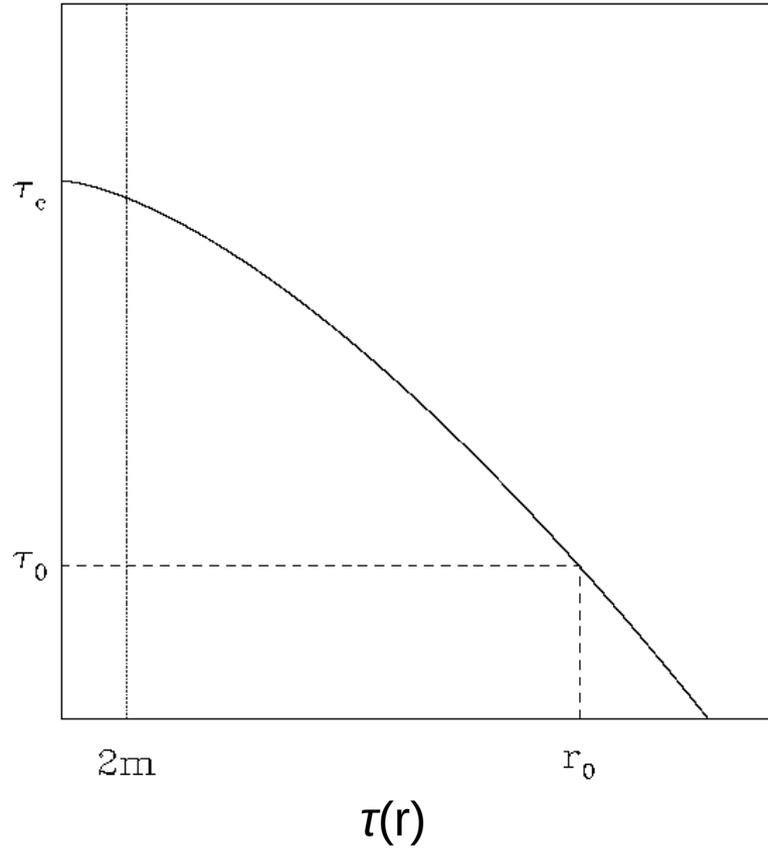
- Mais aussi :

$$\dot{t}^2 = \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{1 - \frac{2Gm}{c^2 r}}$$

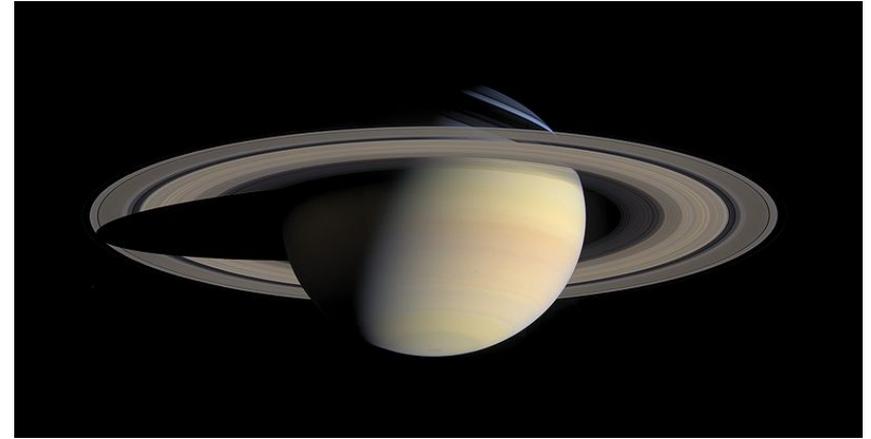
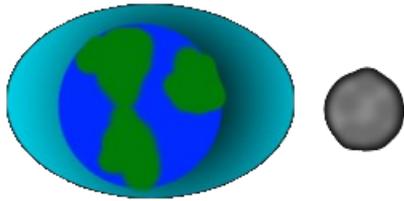
- Note :

$$\dot{r}(R_S) = c$$

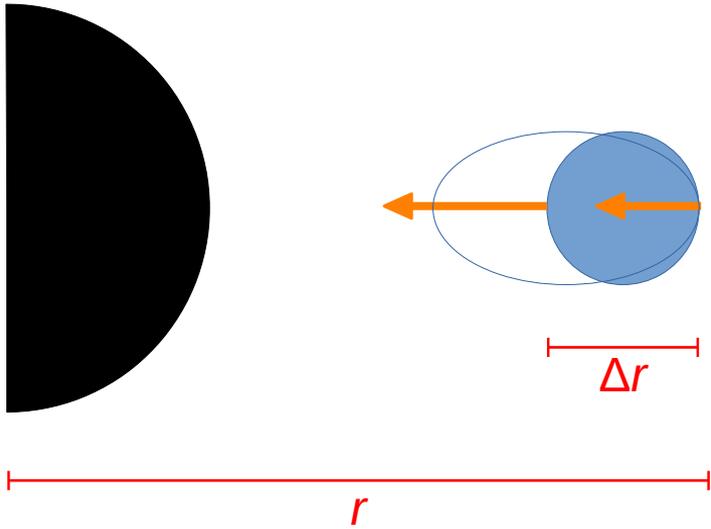
Temps de chute dans un trou noir



Forces de marée



Forces de marée

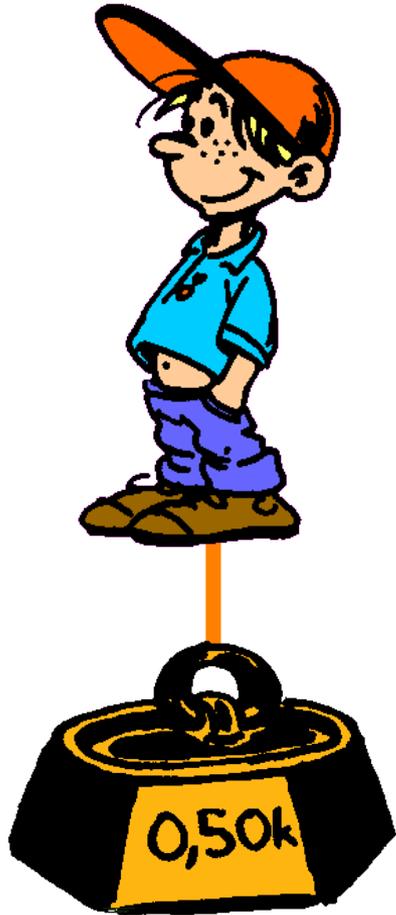


$$F = 2\Delta r G \frac{m}{r^3}$$

Soit : $\Delta r \cdot 10^9 \text{ g} / M_{\odot}^2$

au Rayon de Schwarzschild

Spaghettification

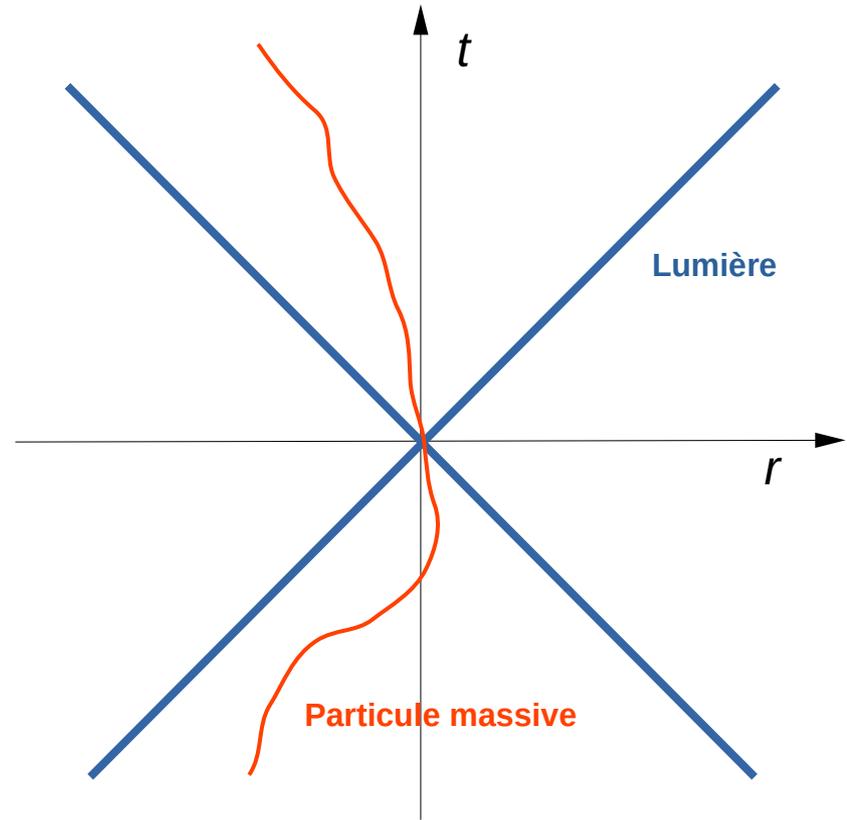
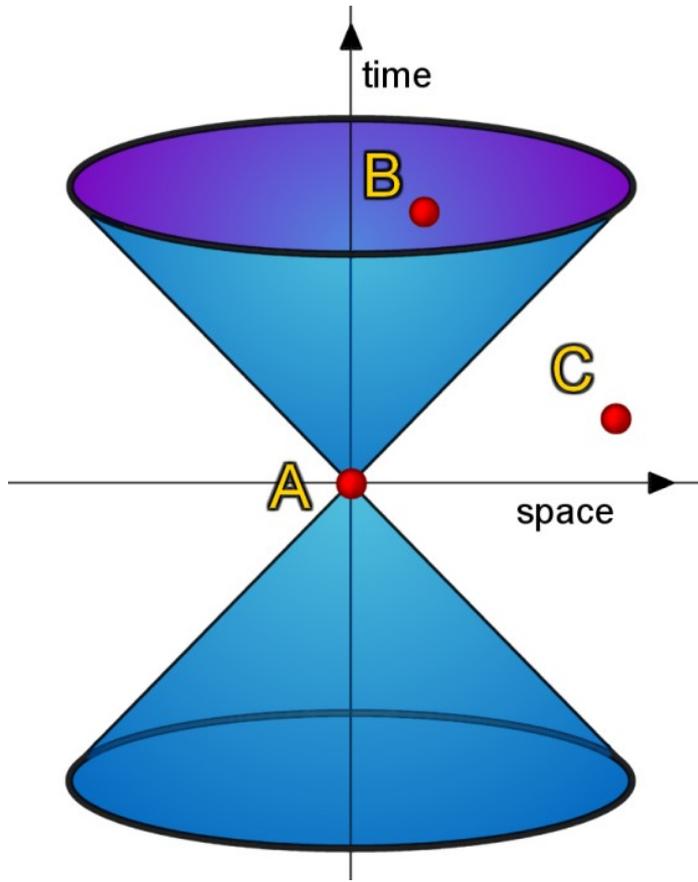


Pour un trou noir de la masse du Soleil, l'accélération vaut 10 milliards de g, soit le poids d'un cube d'eau de 10 km de côté, au Rayon de Schwarzschild

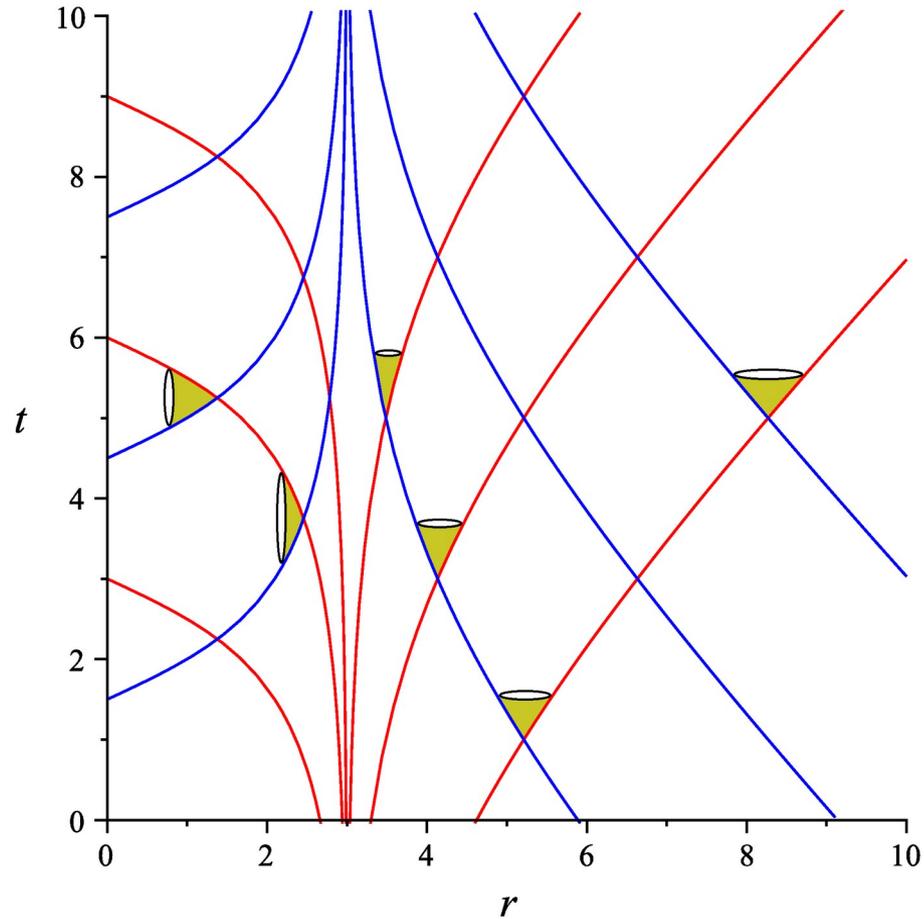
Pour pouvoir pénétrer à l'intérieur du rayon de Schwarzschild,

le trou noir doit avoir une masse de l'ordre 100 000 fois la masse du Soleil

Cône de lumière

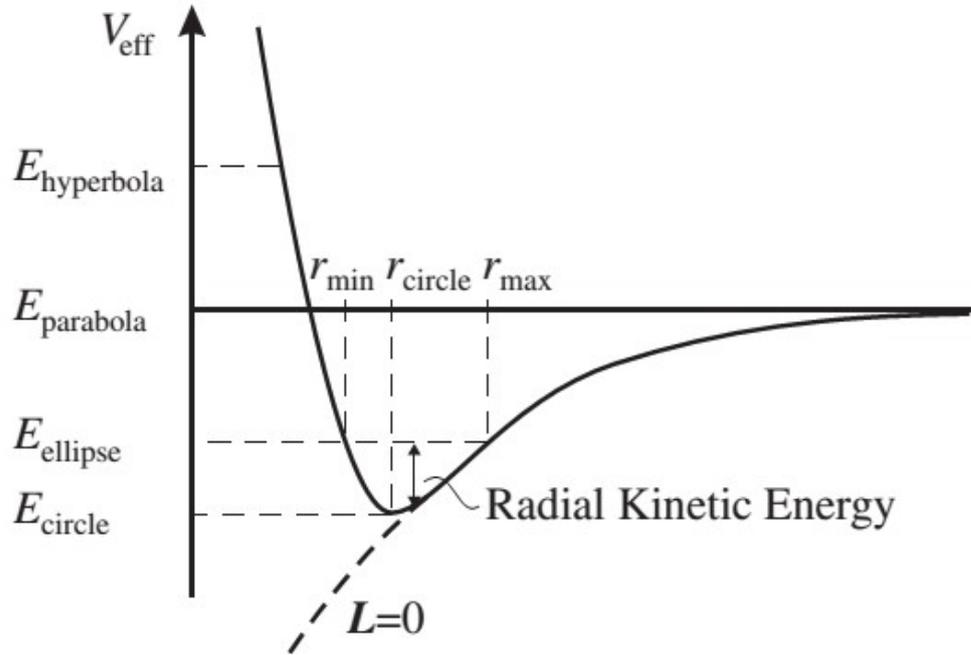


Cône de lumière à proximité d'un trou noir

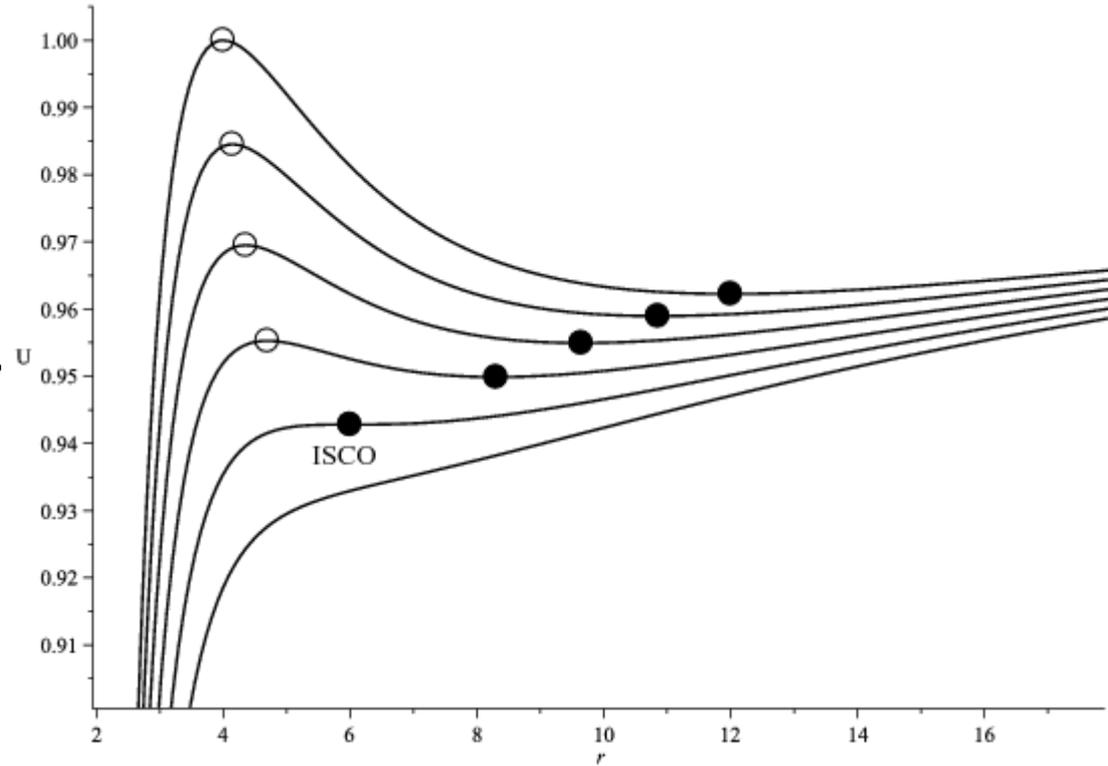


Dans le trou noir, tous les chemins mènent au centre

Potentiel effectif

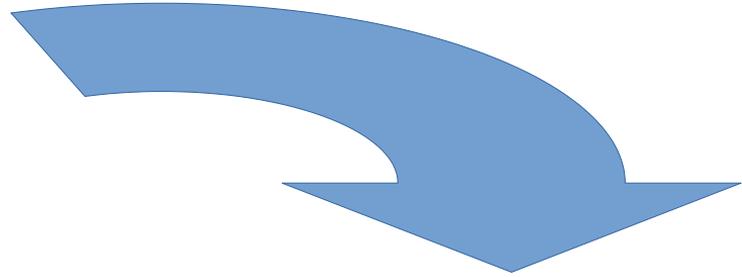


Gravité de Newton



Relativité générale

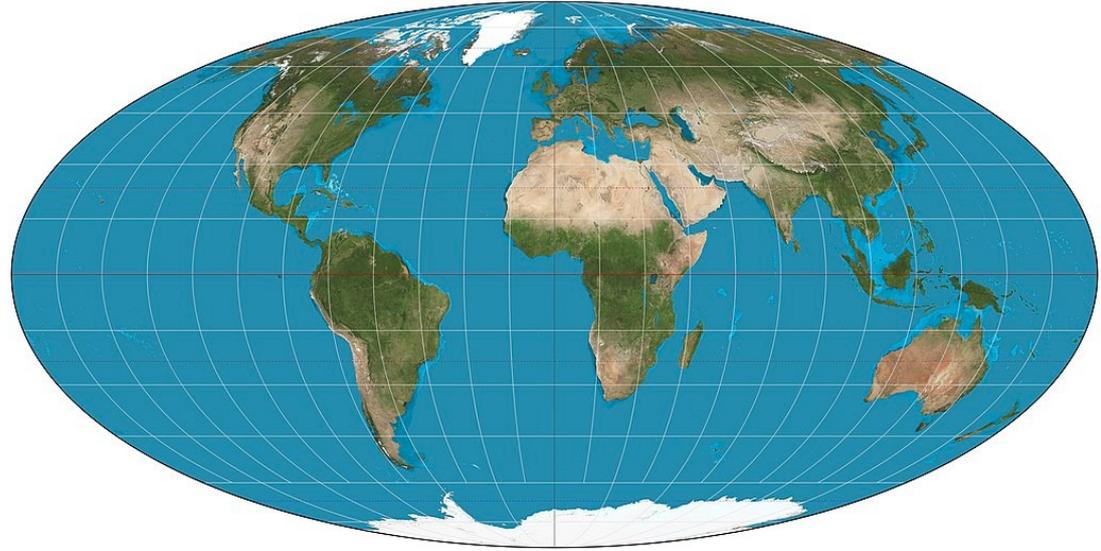
Projection



Projection

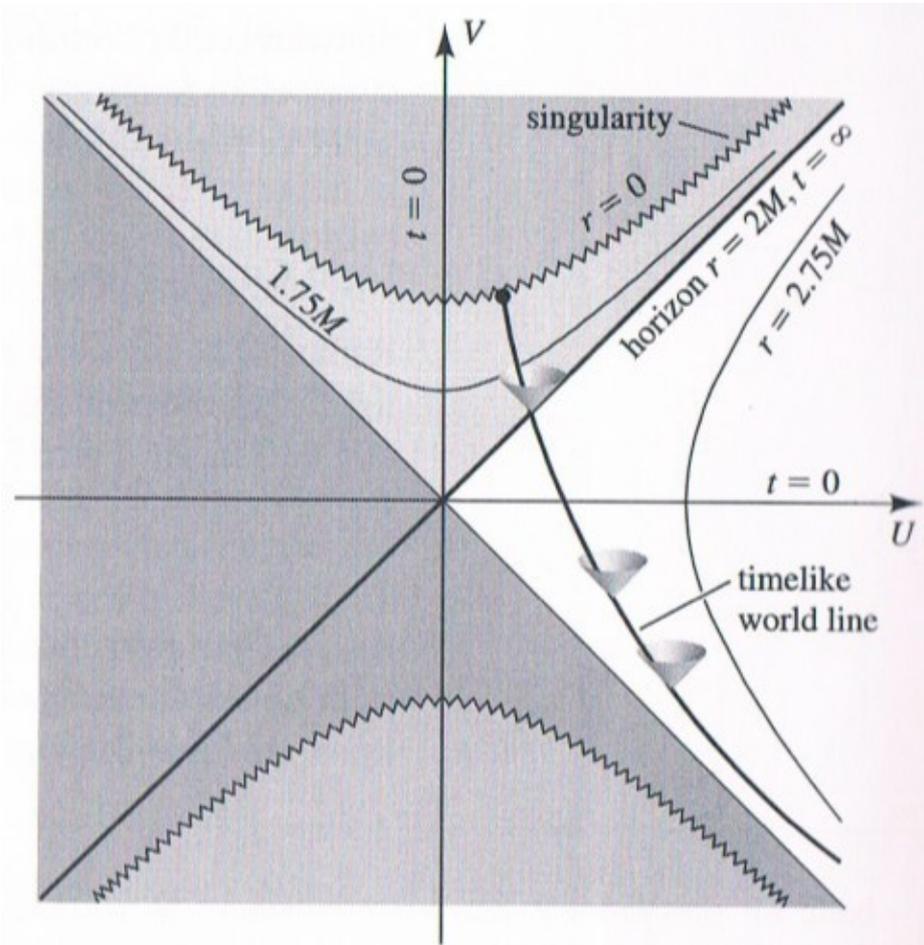


Mercator

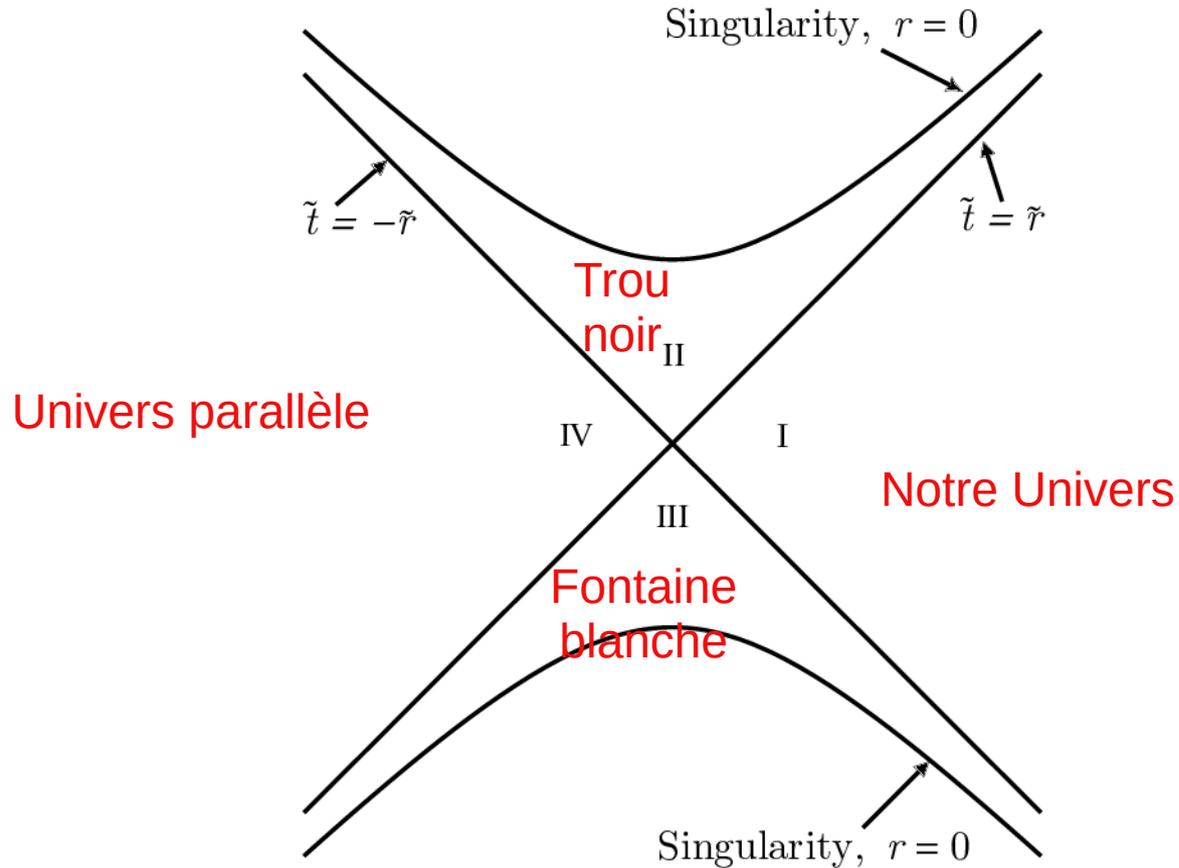


Mollweide

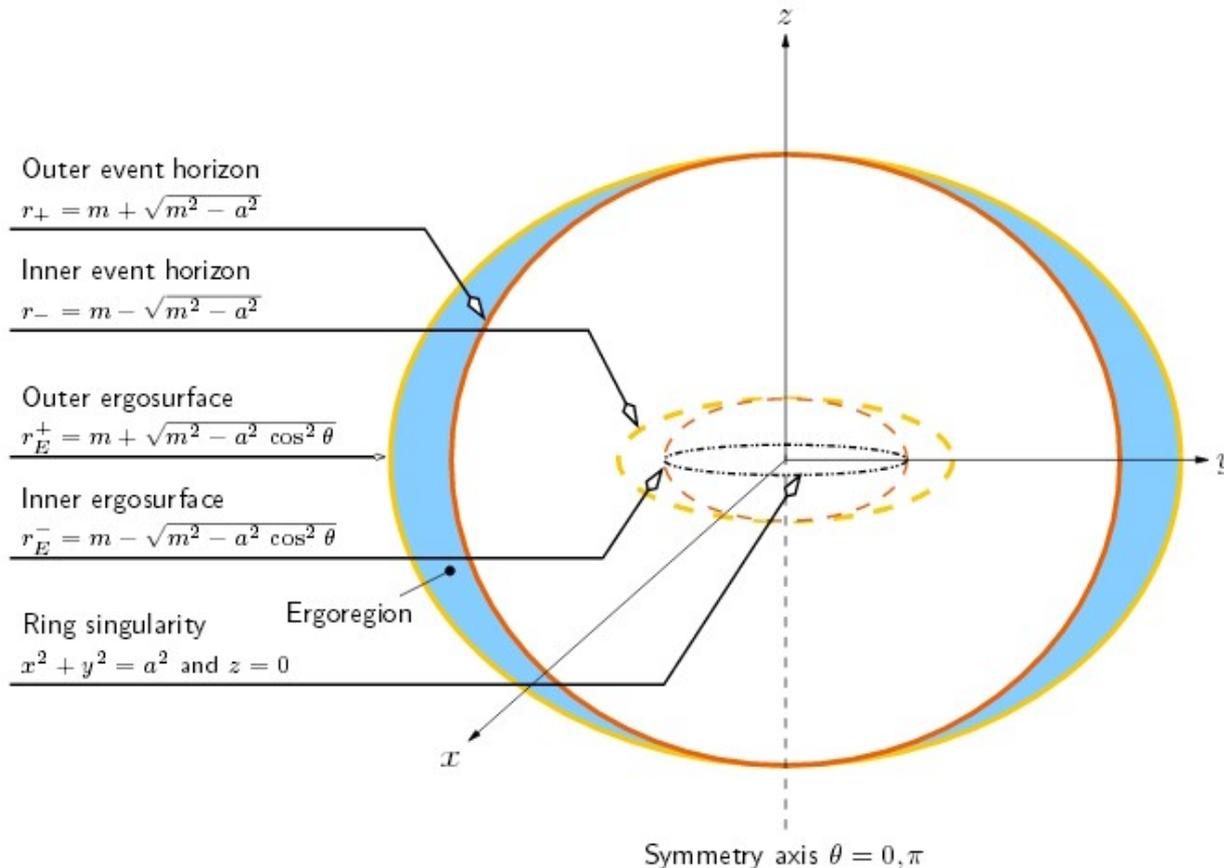
Coordonnées de Kruskal-Szekeres



Trous blancs et univers parallèles?



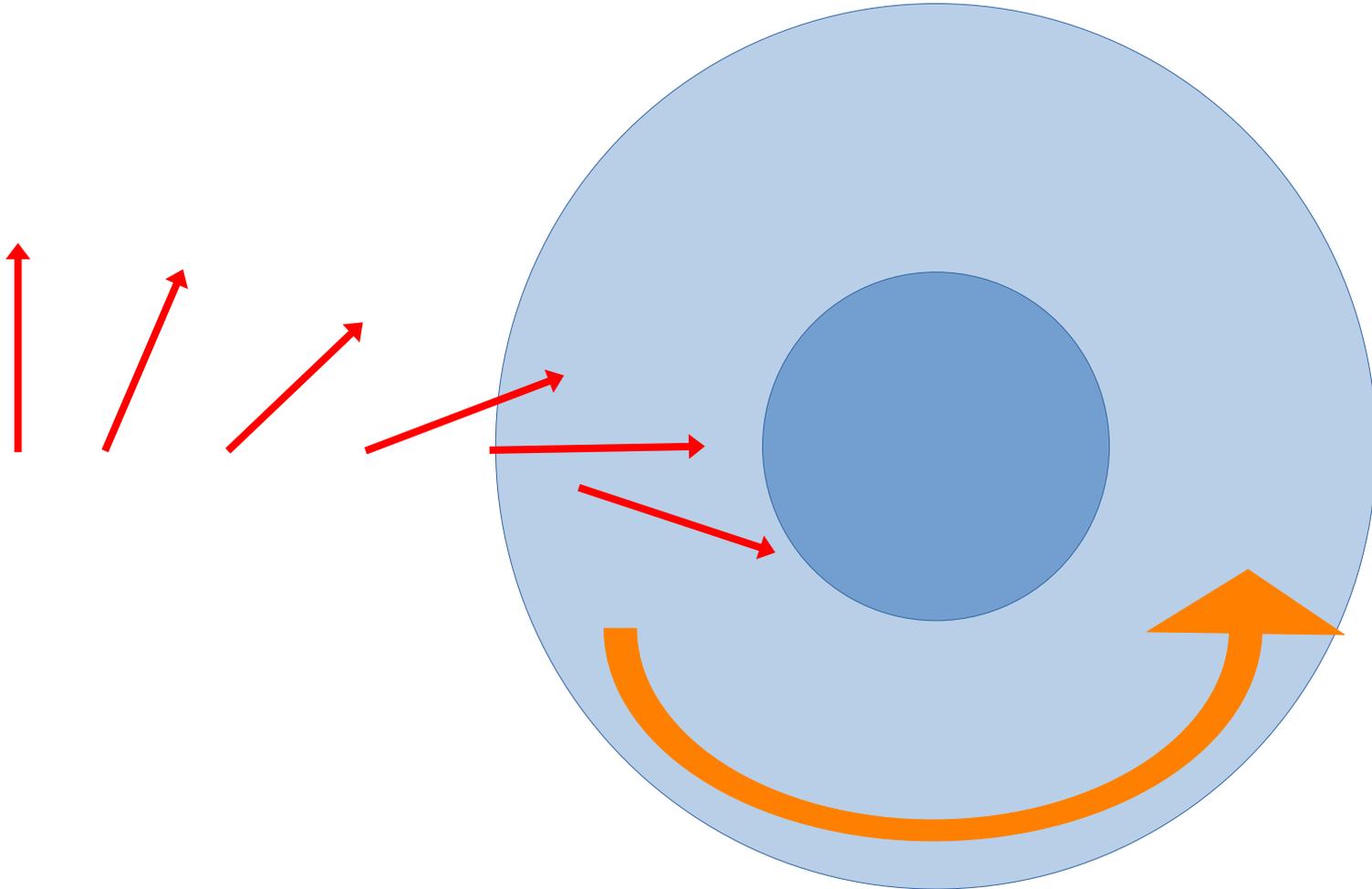
Trous noirs de Kerr (-Newman)



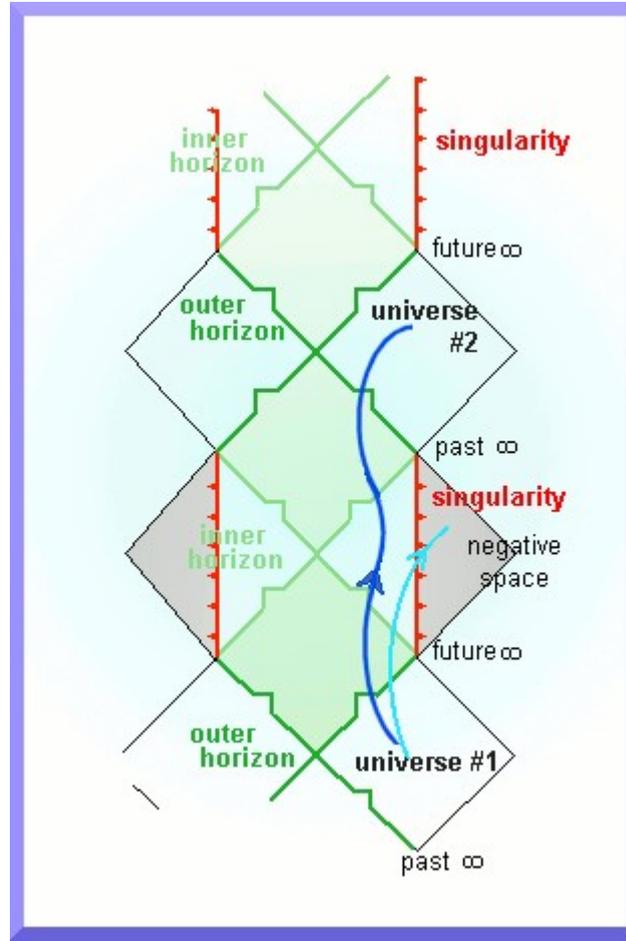
« Les trous noirs n'ont pas de cheveux »

- Masse
- Moment cinétique
- Charge électrique

Ergosphère

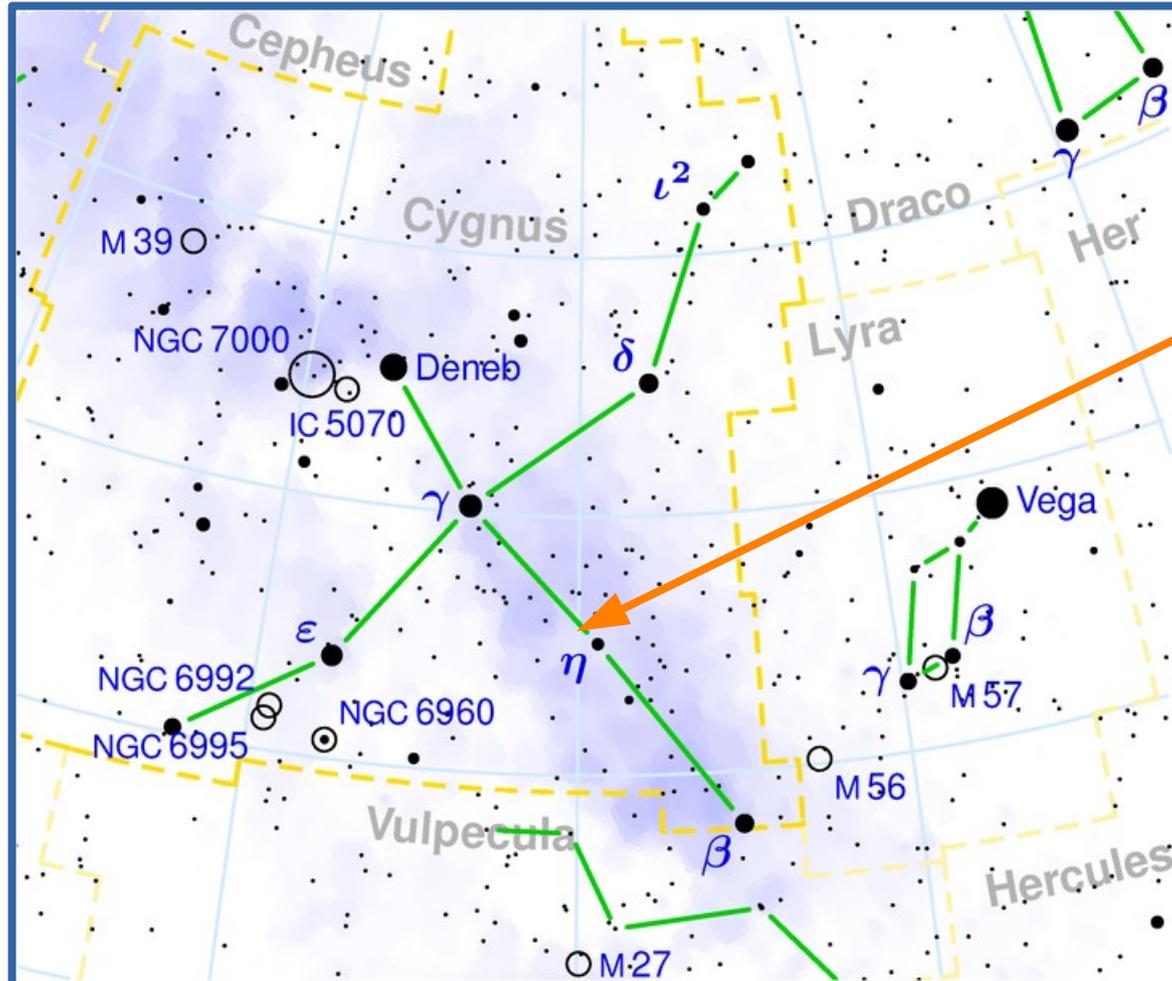


Trous de ver de Kerr



Détection des trous noirs

Le premier trou noir



Source de rayons X

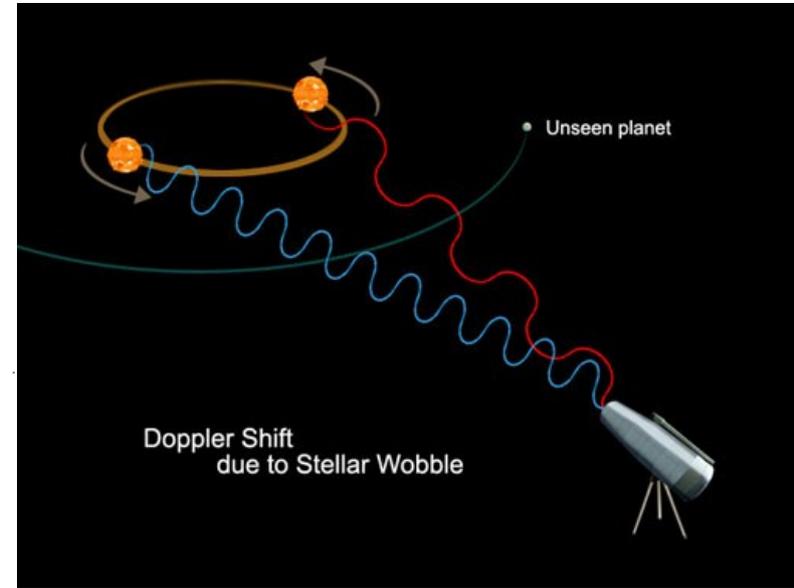
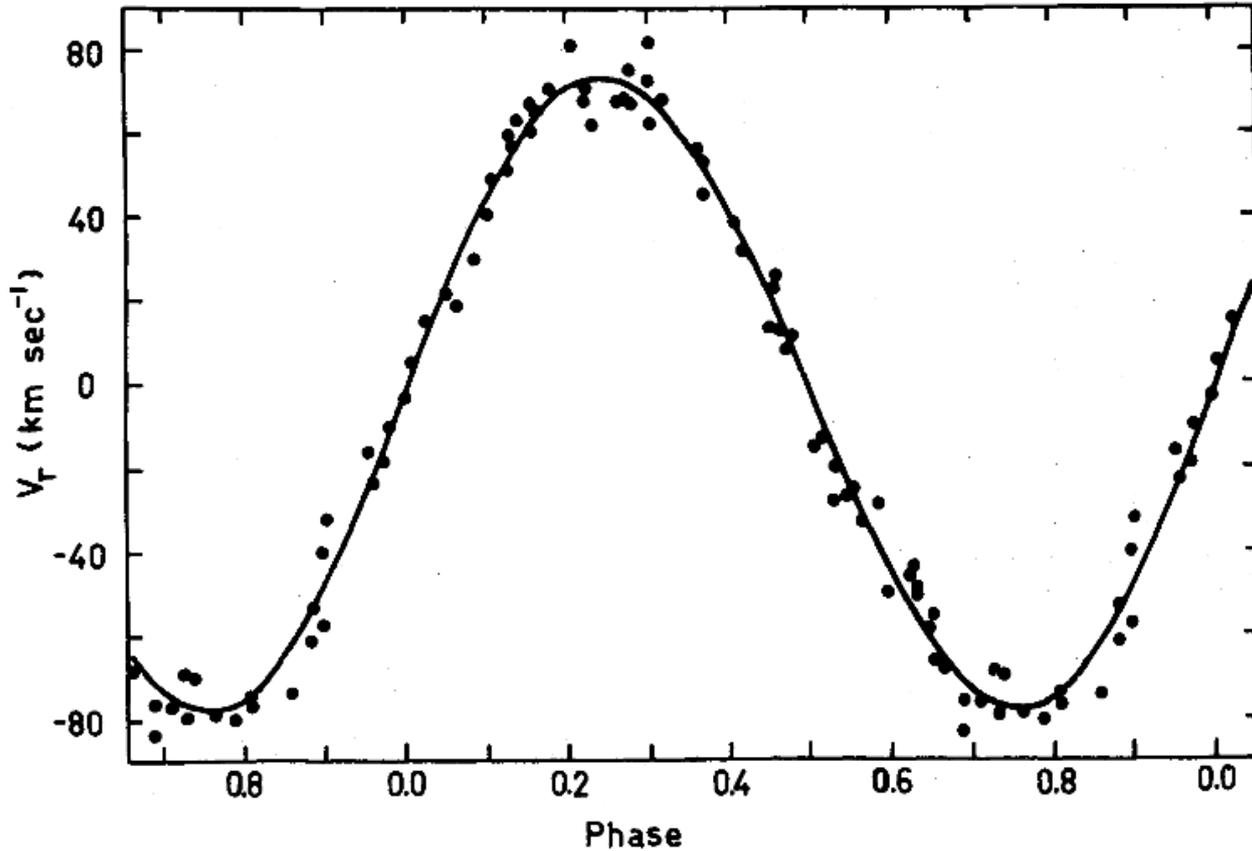


Cygnus X-1

7300 a.l.

21 M_{\odot}

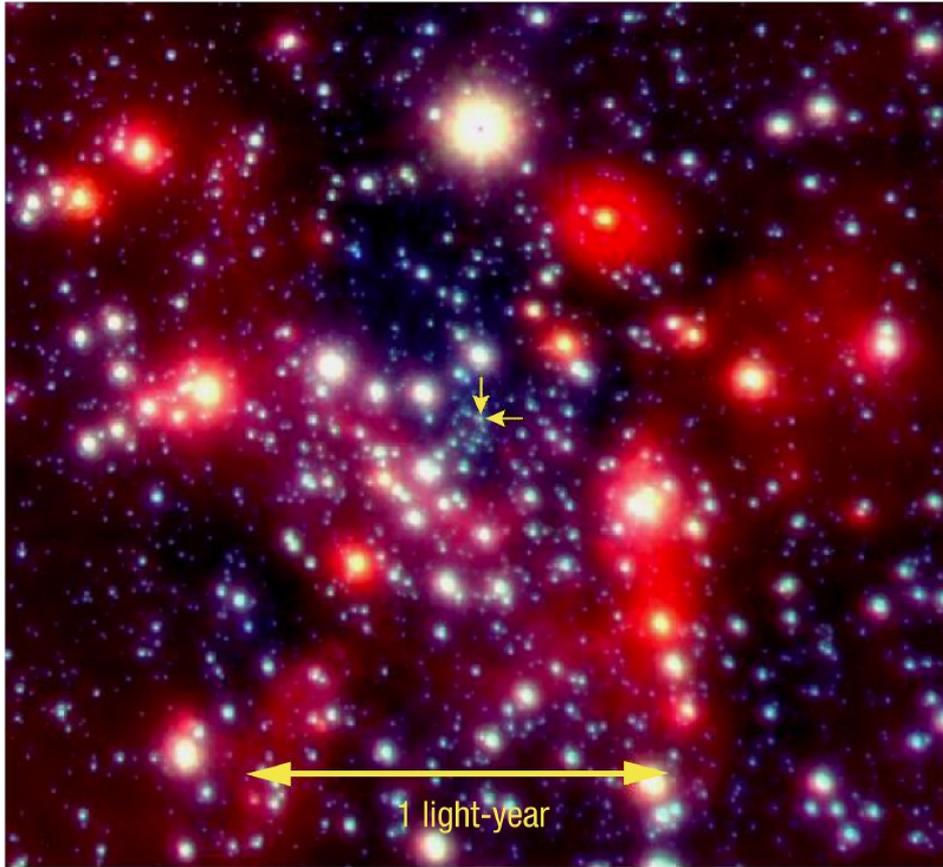
Cygnus X-1



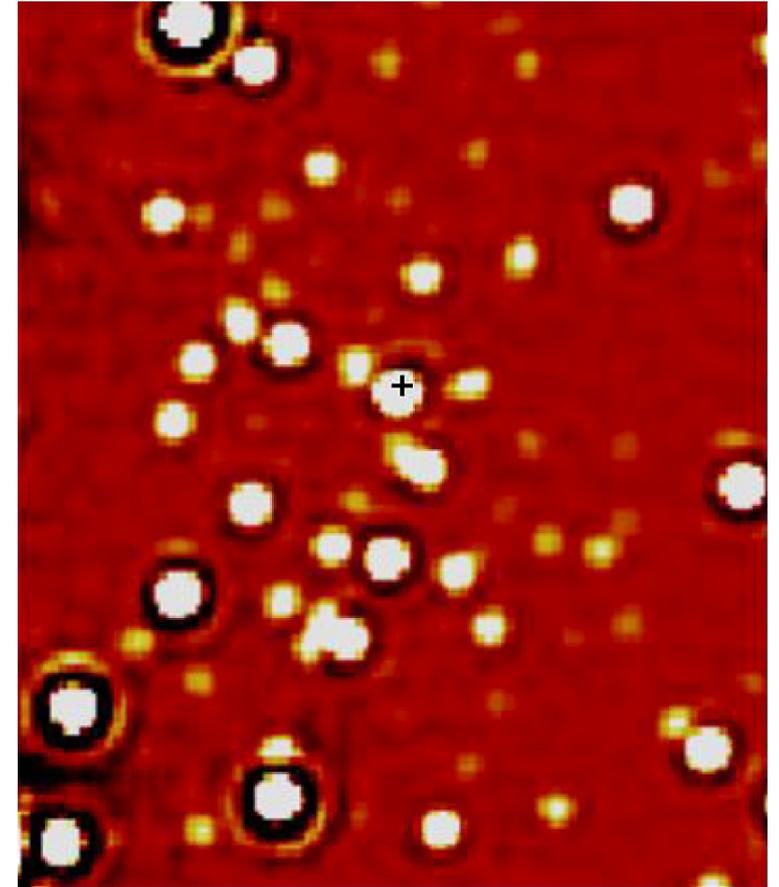
HD 228868

Période 5.6 jours

Le centre de notre galaxie

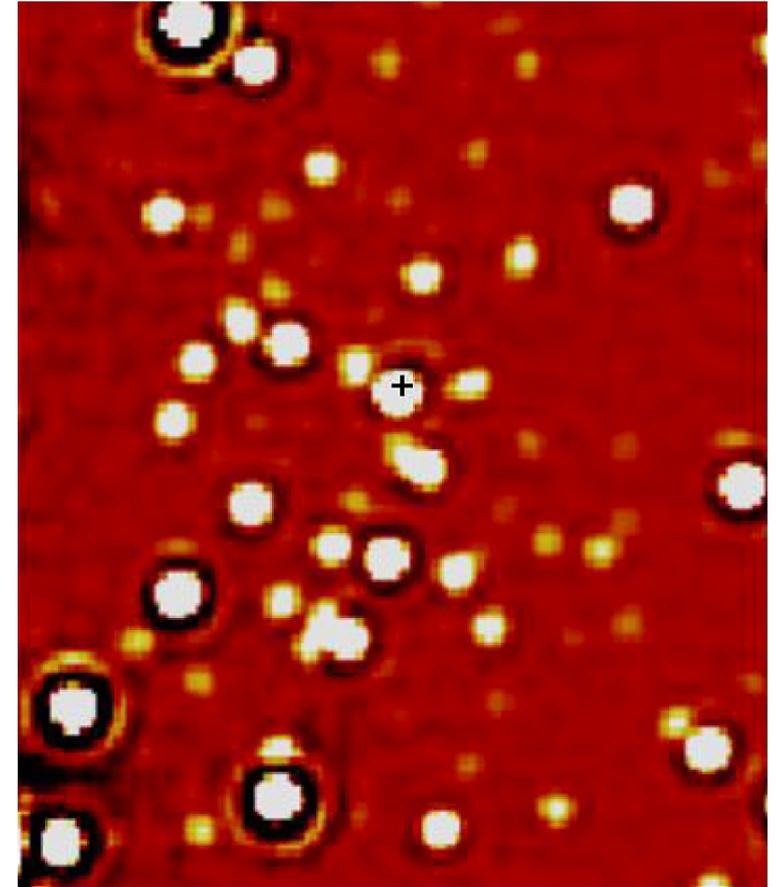
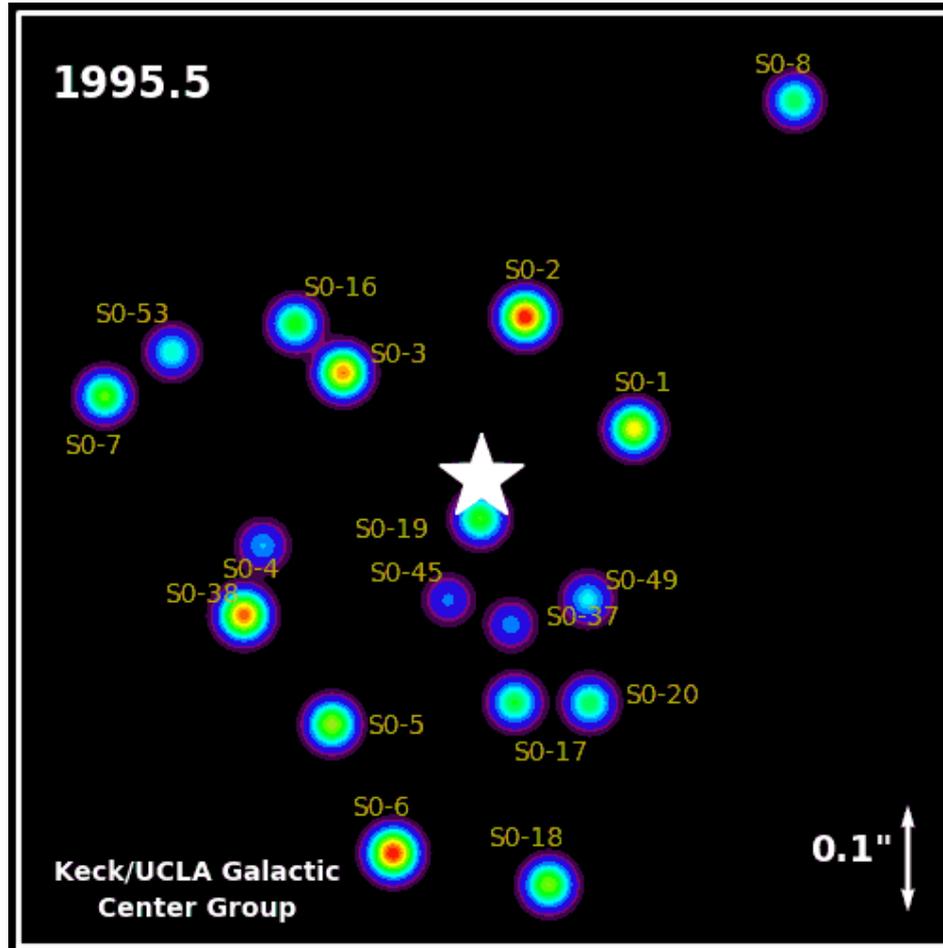


The Centre of the Milky Way
(VLT YEPUN + NACO)



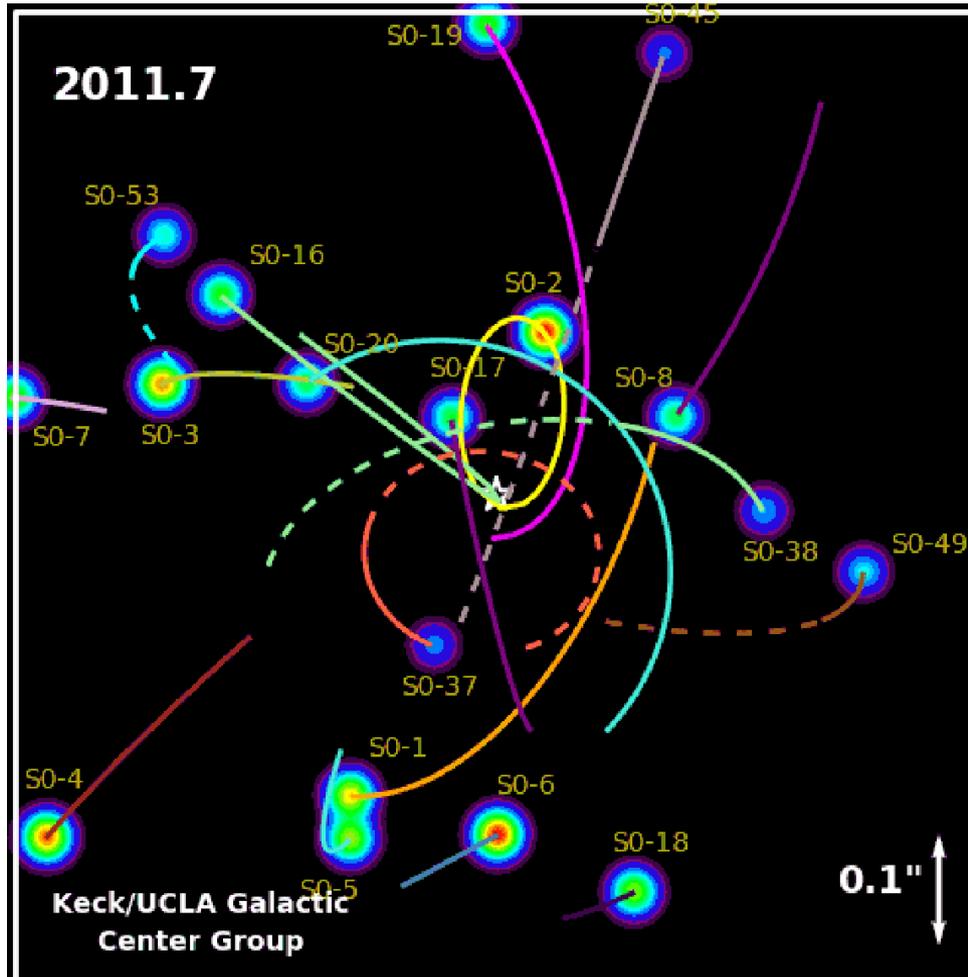
20 light-days

L'amas central

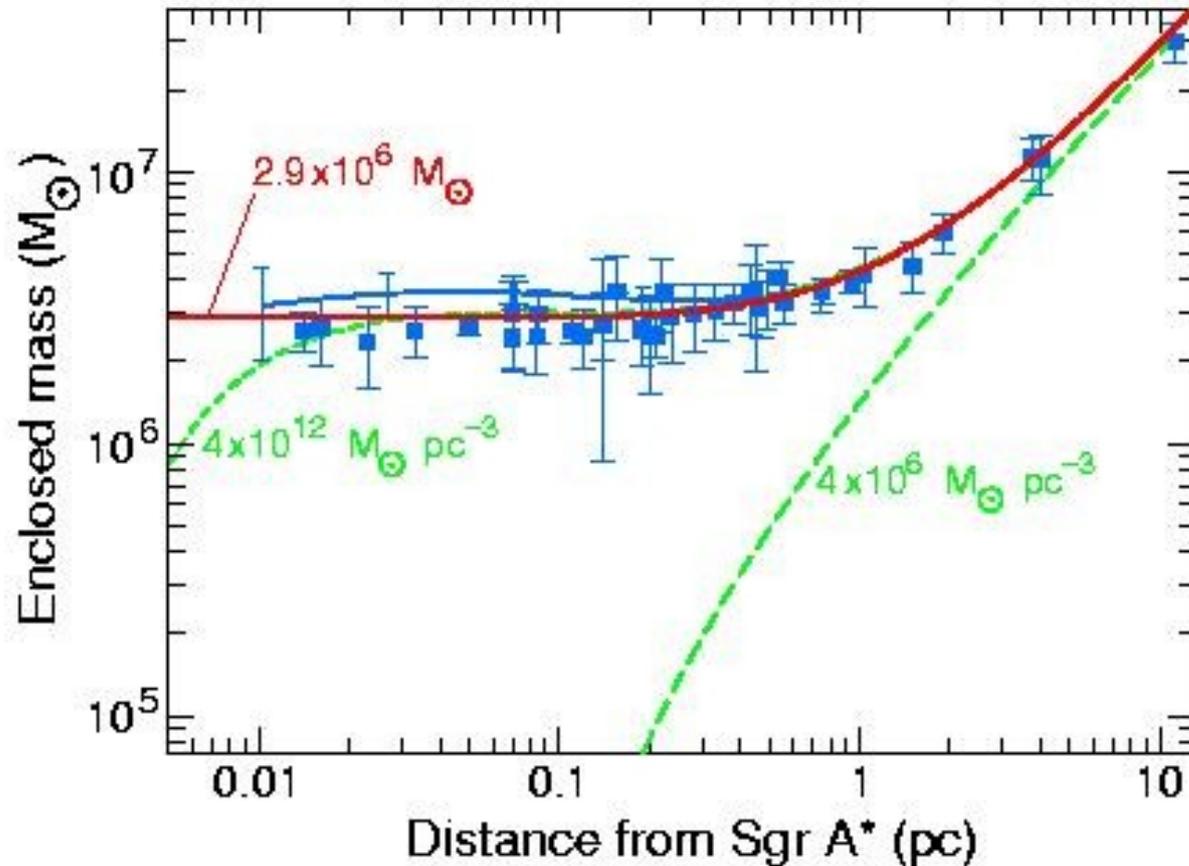


20 light-days

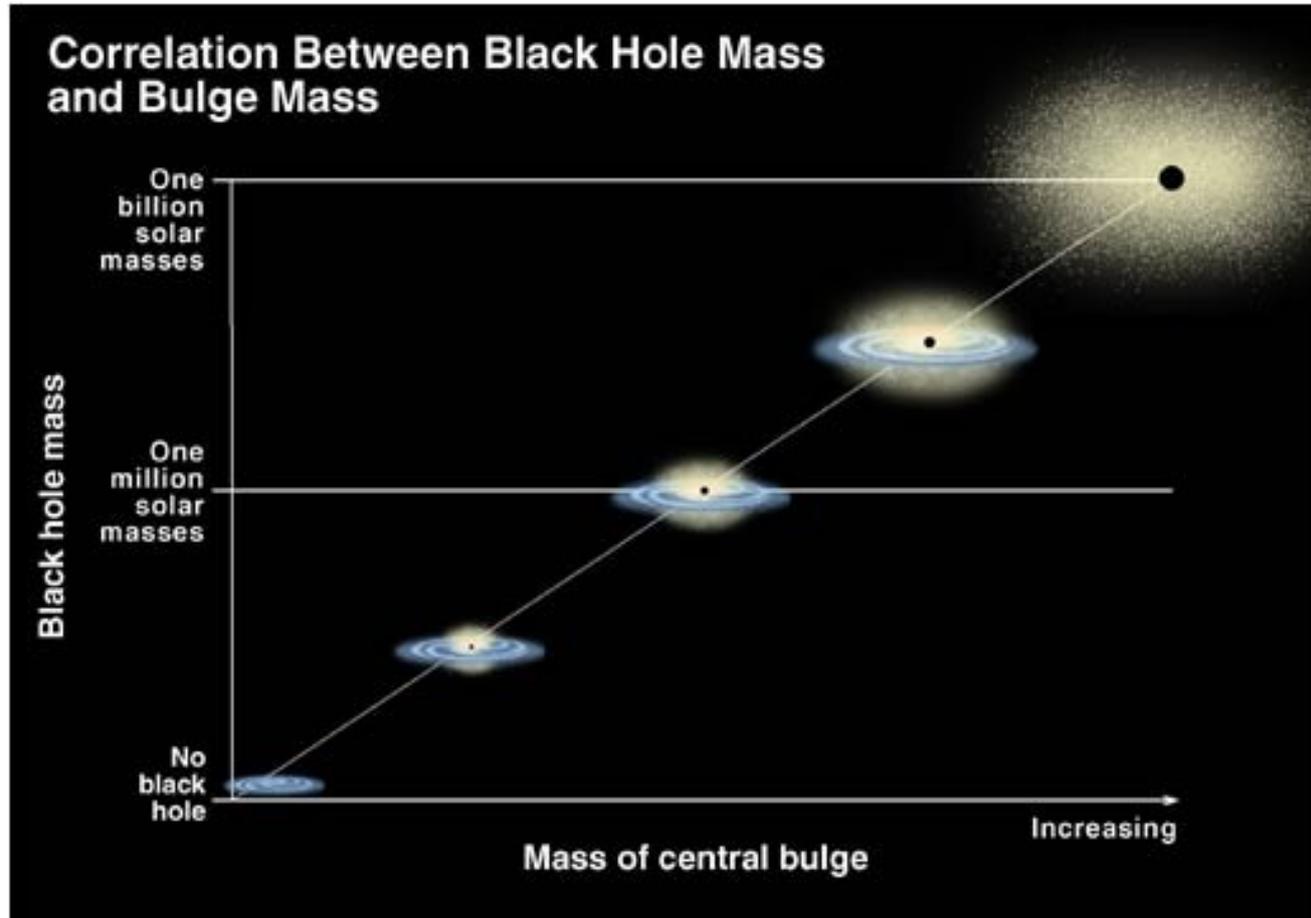
L'amas central



Mass au centre de notre galaxie



Trous noirs au centre des galaxies



Énergie gravifique

- On néglige la relativité
- Un objet de masse m tombant depuis l'infini atteindra une vitesse au Rayon de Schwarzschild:

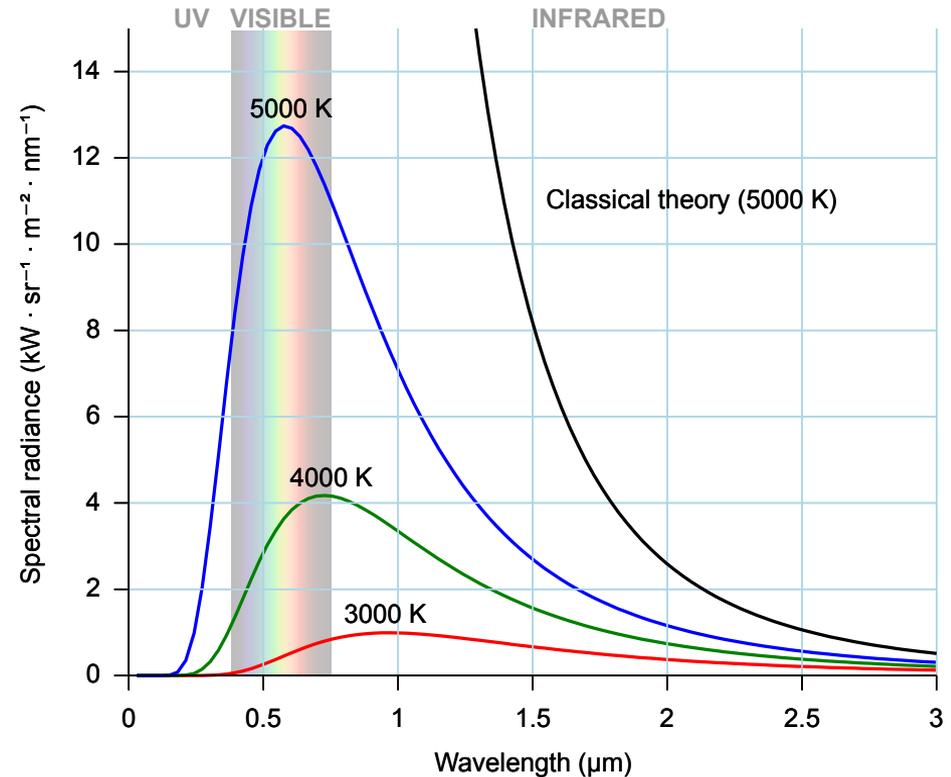
$$E_K = \frac{1}{2} mc^2$$

- Combustion du carbone : $E_C = 33 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$, $0.0000003 \text{ \% } mc^2$
- Fission de l'uranium : $E_U = 75 \cdot 10^{12} \text{ J/kg}$, $0.07 \text{ \% } mc^2$
- Fusion H \rightarrow Fe : $E_{Fe} =$ $0.7 \text{ \% } mc^2$
- Énergie gravifique: $E_K \sim 5 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}$, $\sim 50 \text{ \% } mc^2$

Comment transformer l'énergie gravifique en radiation?

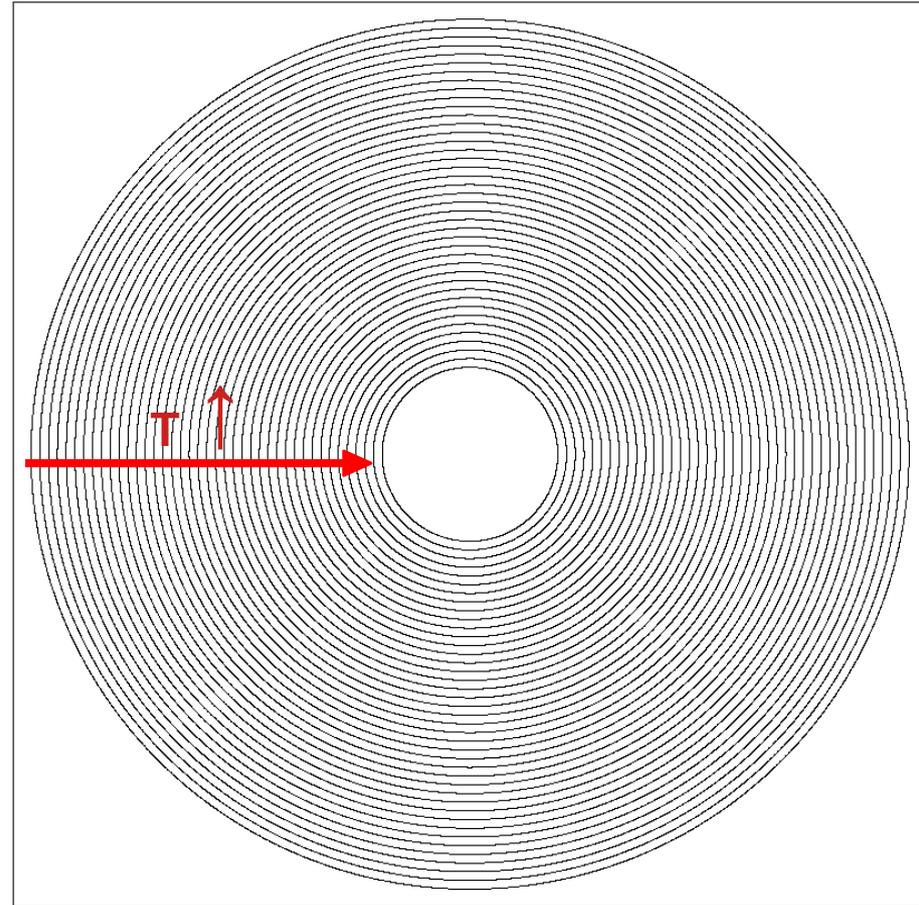
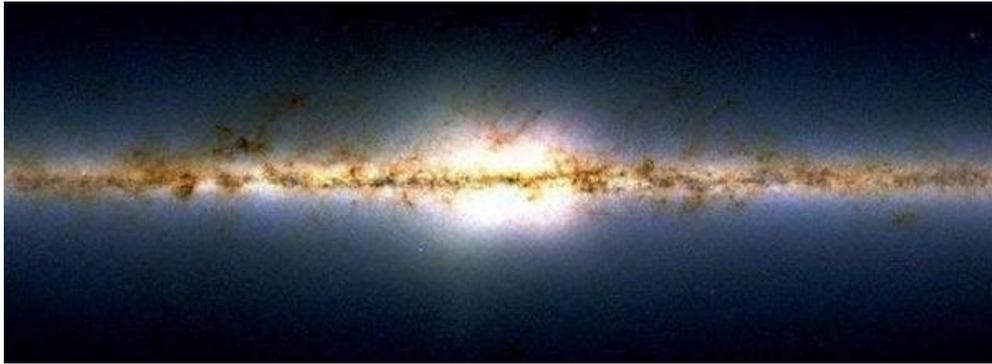
- $E_K \xrightarrow{?} E_{\text{rad}}$

- $E_K \xrightarrow{\text{Friction}} E_{\text{Therm}} \xrightarrow{\text{Corps noir}} E_{\text{Rad}}$



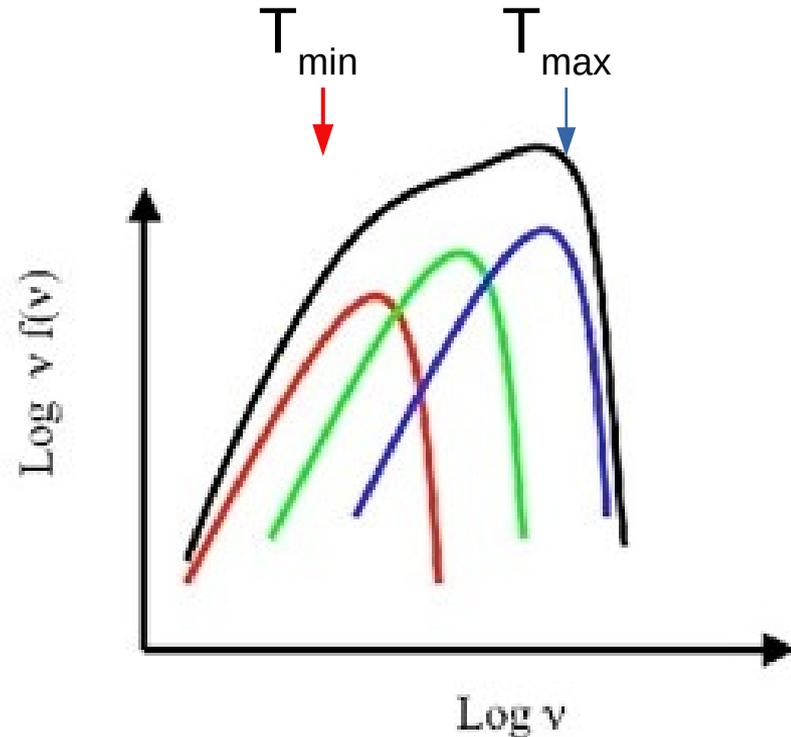
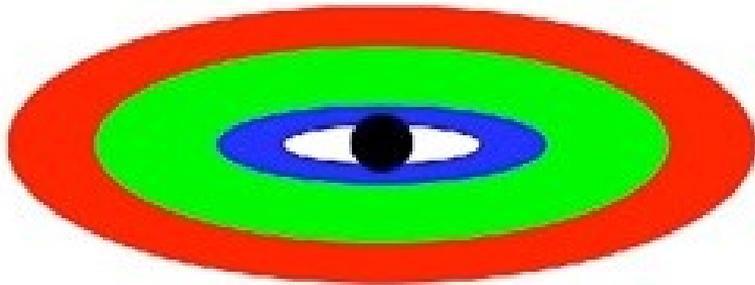
Disques d'accrétion

- Le gaz dans la galaxie tourne avec une vitesse de Képler à chaque rayon
- $v \sim r^{-1/2} \Rightarrow \Delta v \sim r^{-3/2}$



Spectre d'émission

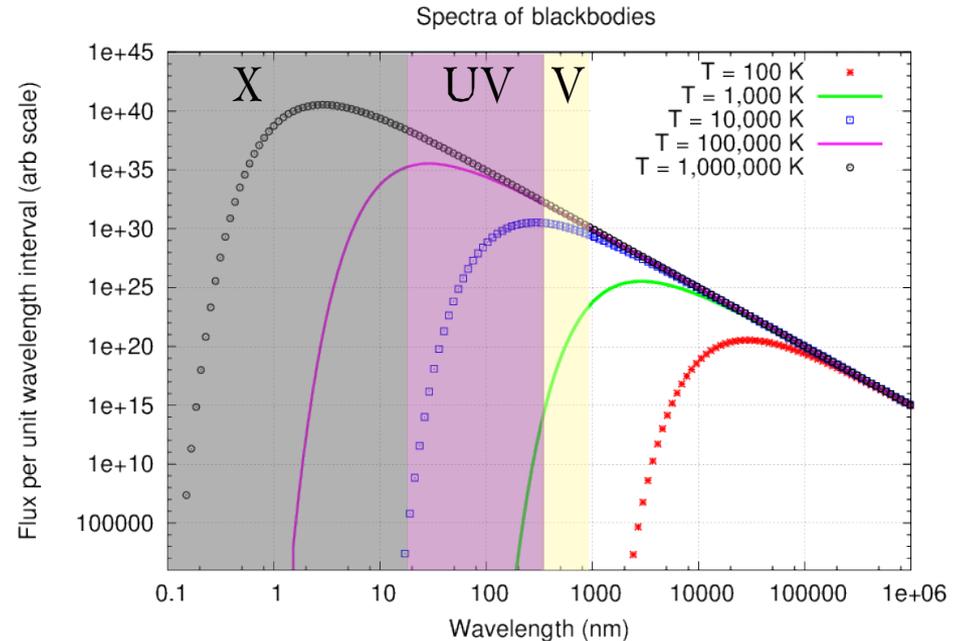
- Le spectre est une succession d'émission de corps noir à différentes températures :



Température du disque

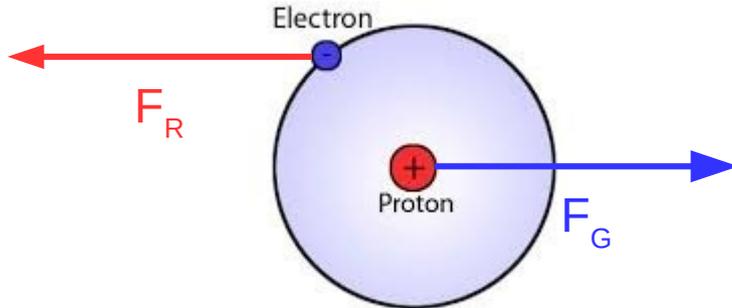
- $$T_{max}(M) = 6.3 \cdot 10^5 \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_{Edd}} \right)^{1/4} \left(\frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right)^{-1/4} \left(\frac{R}{R_S} \right)^{-3/4} K$$

- Soit 10^7 K pour $M = 10 M_{\odot}$;
 10^5 K pour $10^9 M_{\odot}$



Luminosité d'Eddington

- Le taux d'accrétion est limité par la pression de radiation :
 - L'attraction s'exerce sur les protons : $F_G = GMm_p/R^2$
 - La pression de radiation s'exerce sur les électrons : $F_R = L\sigma_T/4\pi R^2c$
- L'accrétion s'arrête si :

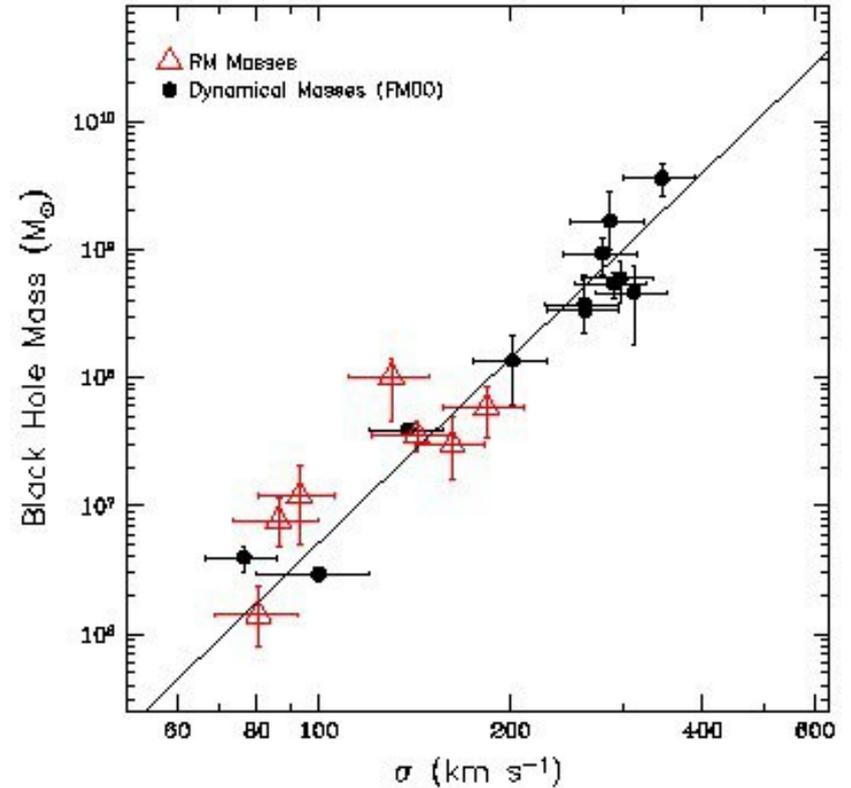
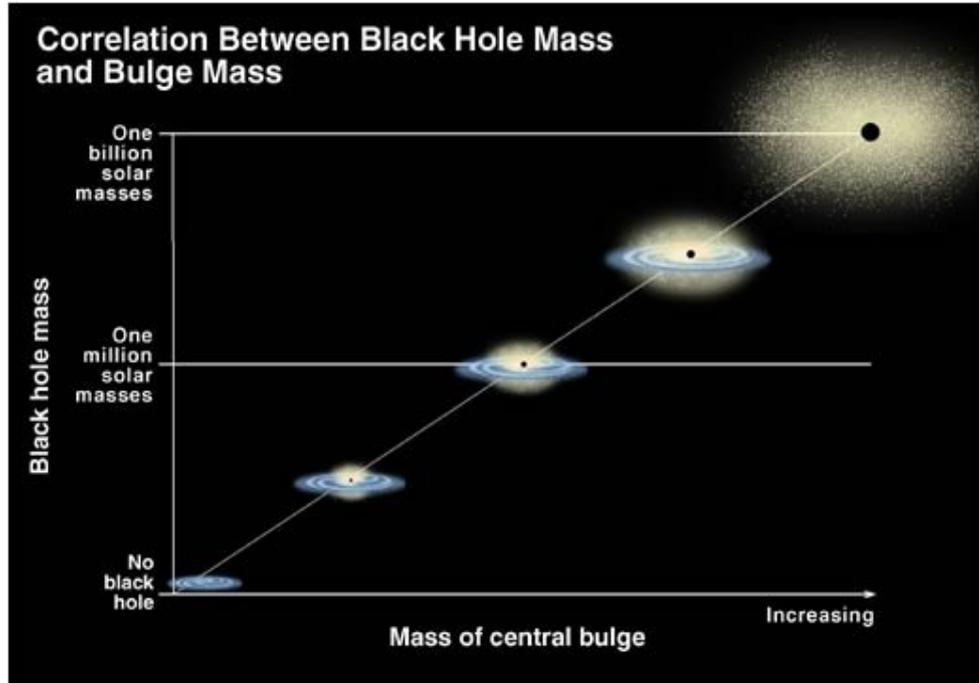


$$L_{Edd} = \frac{4 \pi c G M m_p}{\sigma_T}$$

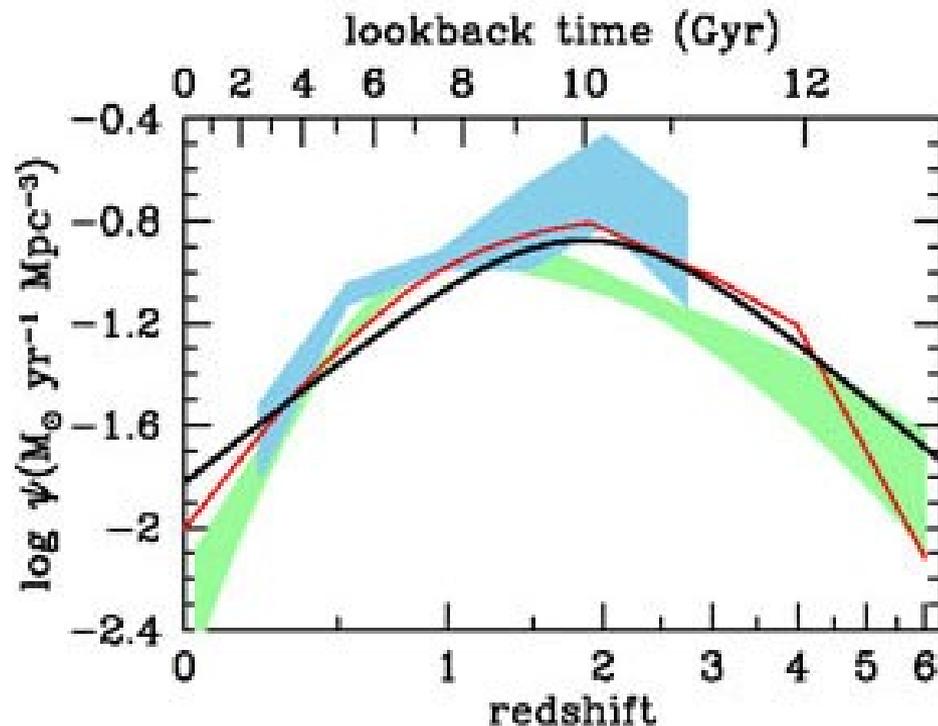
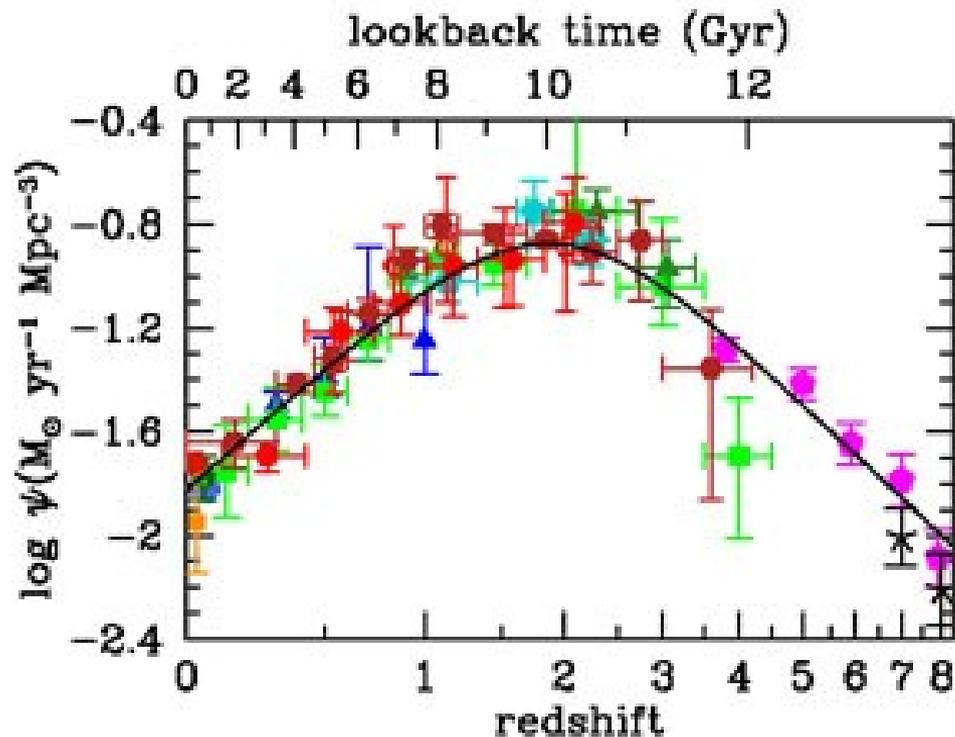
- La luminosité d'Eddington vaut : $3.2 \cdot 10^4 L_{\odot} M/M_{\odot}$
- Les trous noirs de masse $10^6 - 10^{10} M_{\odot}$ peuvent fournir $10^{10} - 10^{14} L_{\odot}$

Rôle cosmologique des trous noirs

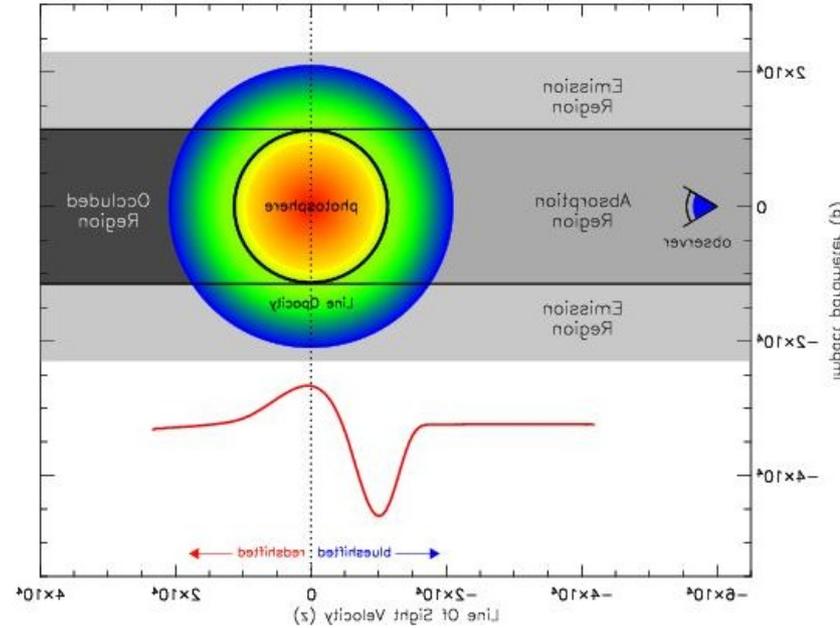
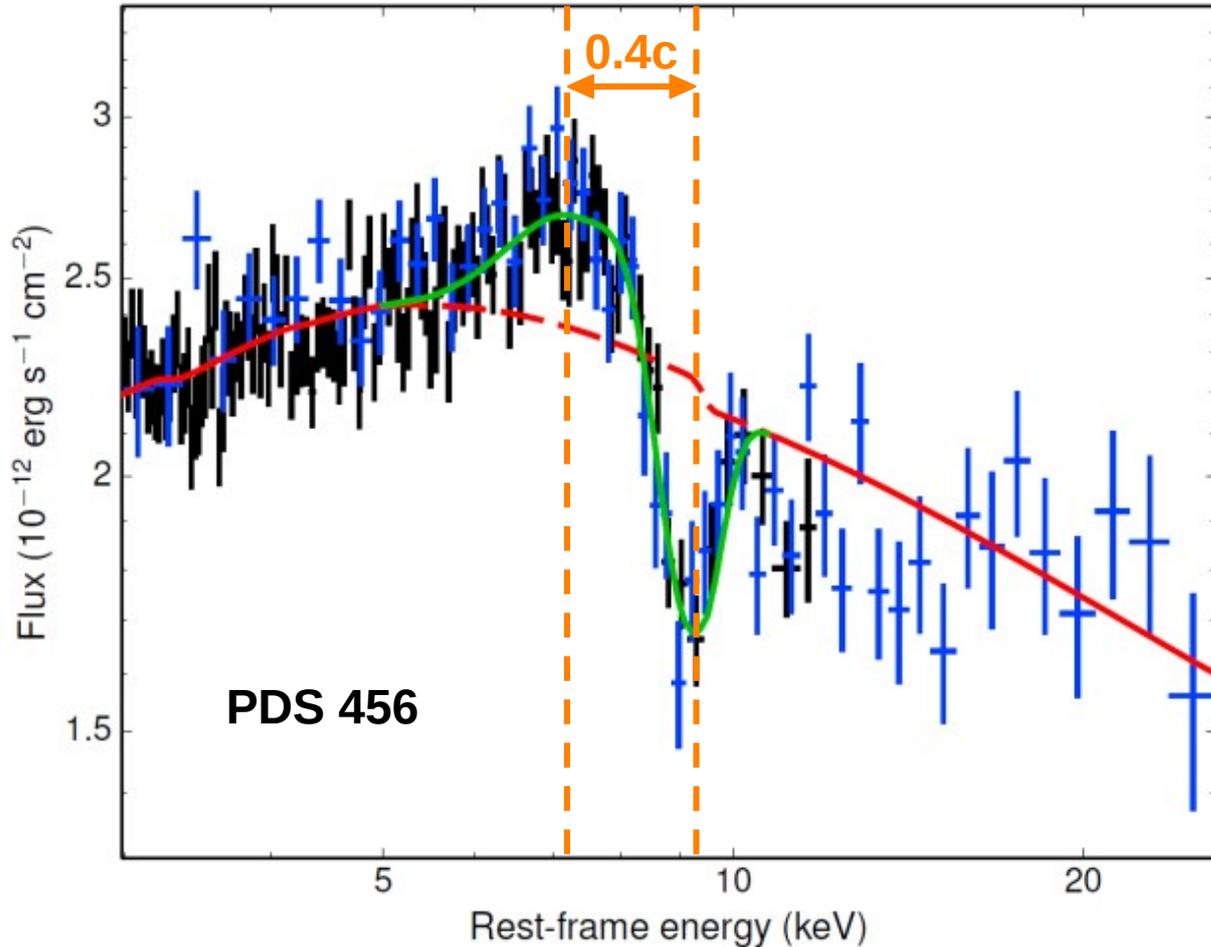
Coévolution trous noirs – galaxies



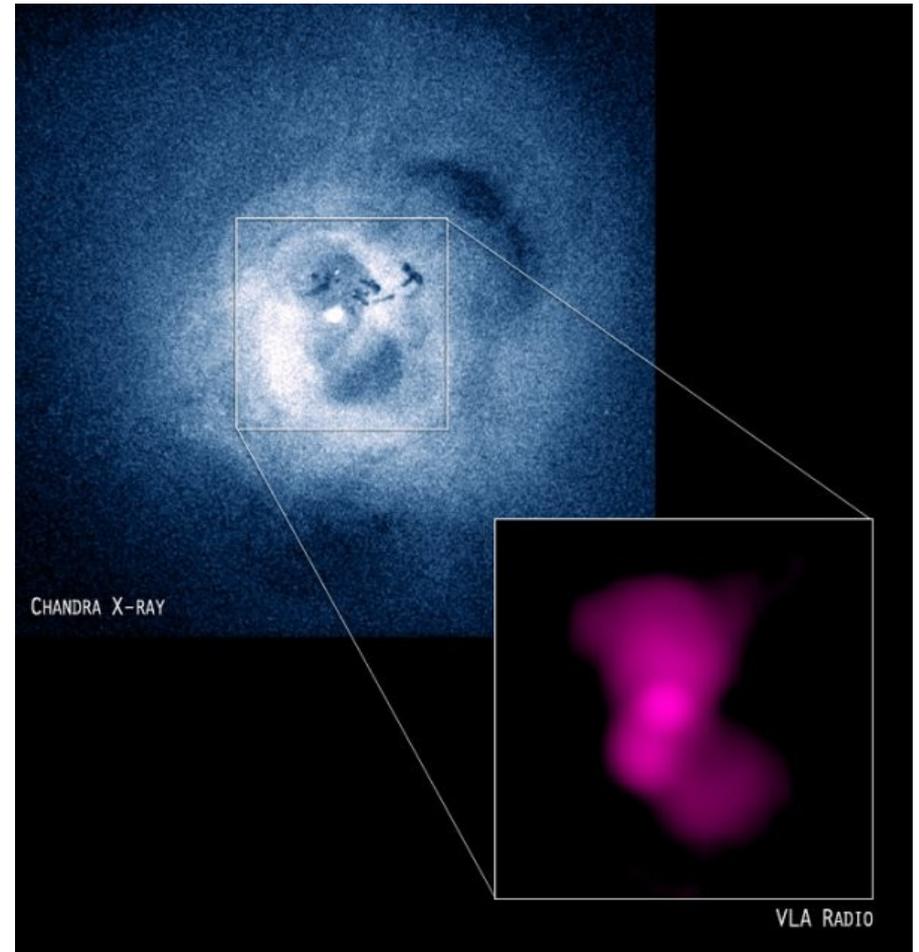
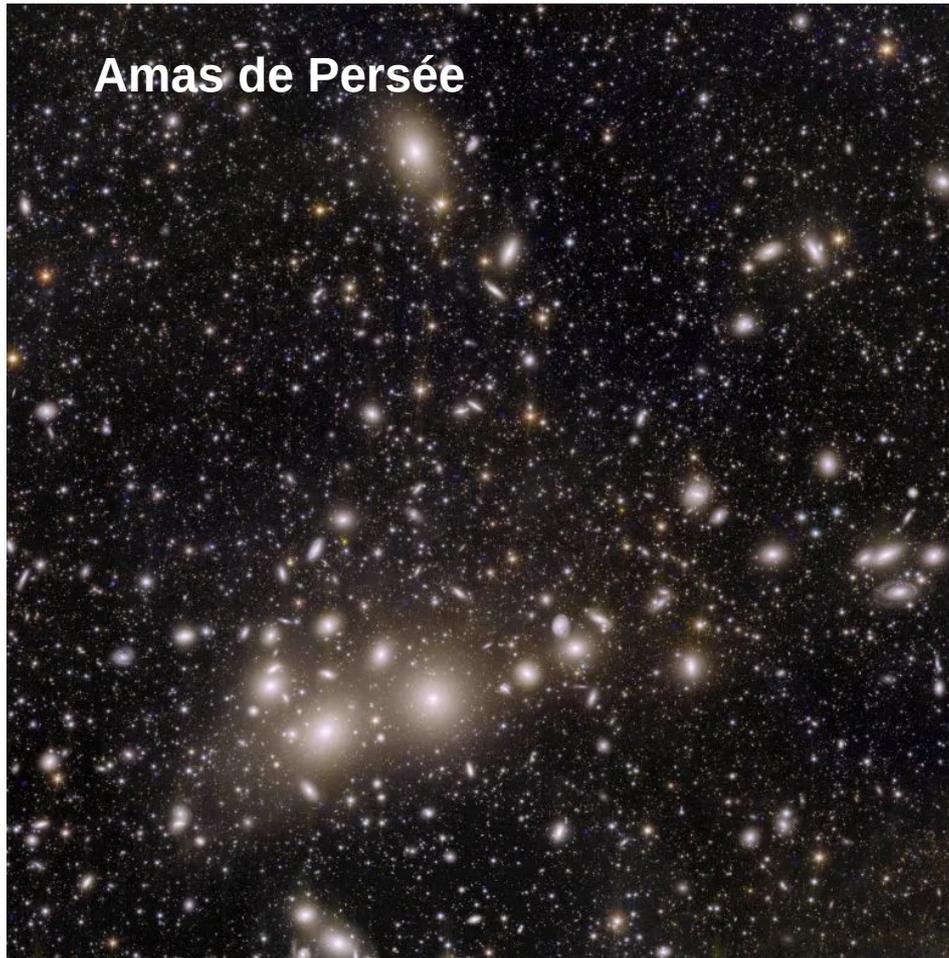
Histoire de la formation stellaire et de l'accrétion



Feedback dans les galaxies



Feedback dans les amas de galaxie



Trous noirs primordiaux

